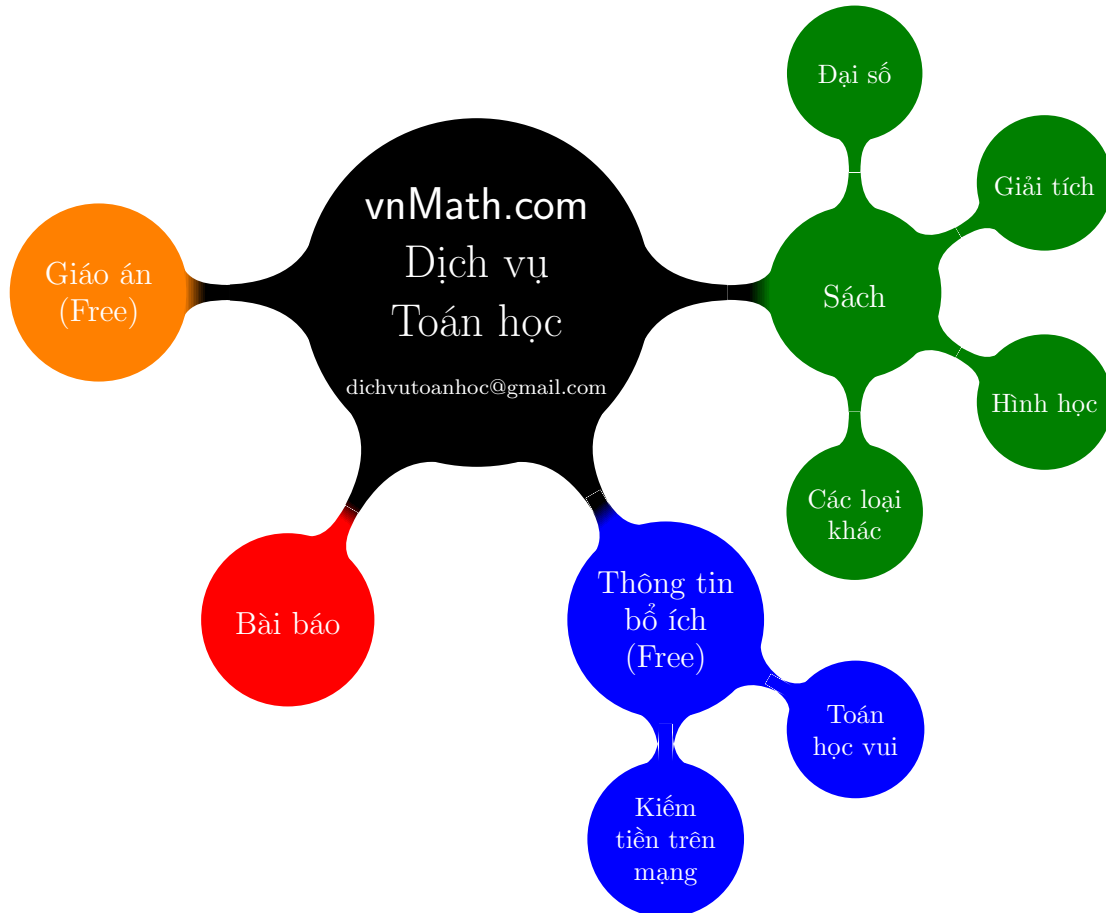


TUYỂN TẬP ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC 2009



Bản điện tử chính thức có tại
<http://www.vnmath.com>

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2009

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút

I - PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2,0 điểm)

Cho hàm số $y = -x + 1 + \frac{m}{2-x}$, (Cm)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số với $m = 1$.
2. Tìm m để đồ thị (Cm) có cực đại tại điểm A sao cho tiếp tuyến với (Cm) tại A cắt trục Oy tại B mà ΔOBA vuông cân.

Câu II (2,0 điểm)

1. Giải phương trình: $\frac{\sin 2x}{\cos x} + \frac{\cos 2x}{\sin x} = \operatorname{tg} x - \operatorname{cot} x$.
2. Giải phương trình: $(2 - \log_3 x) \log_{9x} 3 - \frac{4}{1 - \log_3 x} = 1$.

Câu III (1,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = \sqrt{2-x^2}$.

Câu IV (1,0 điểm)

Cho lăng trụ đứng $ABCA_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông $AB = AC = a$, $AA_1 = a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn AA_1 và BC_1 . Chứng minh MN là đường vuông góc chung của các đường thẳng AA_1 và BC_1 . Tính $V_{MA_1BC_1}$.

Câu V (1 điểm)

Tìm m để phương trình: $\sqrt[4]{x^4 - 13x + m} + x - 1 = 0$ có đúng 1 nghiệm

II - PHẦN RIÊNG (3,0 điểm)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc 2)

1. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại B, với $A(1; -1)$, $C(3; 5)$. Đỉnh B nằm trên đường thẳng $d: 2x - y = 0$. Viết phương trình các đường thẳng AB, BC
2. Trong không gian Oxyz cho điểm $M(0, -3, 6)$. Chứng minh rằng mặt phẳng (P): $x + 2y - 9 = 0$ tiếp xúc với mặt cầu tâm M, bán kính MO. Tìm tọa độ tiếp điểm.

Câu VII.a (1,0 điểm)

Tìm hệ số của x^8 trong khai triển $(x^2 + 2)^n$, biết: $A_n^3 - 8C_n^2 + C_n^1 = 49$, với n là số nguyên dương.

2. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình đường thẳng qua gốc tọa độ và cắt đường tròn: (C): $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 25$ theo một dây cung có độ dài là 8.
2. Cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng (P): $x + y + z + 2 = 0$. Gọi M là giao điểm của d và (P). Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P) sao cho $\Delta \perp d$ và khoảng cách từ M đến Δ bằng $\sqrt{42}$.

Câu VII.b (1 điểm)

Tìm n thỏa mãn: $C_{2n+1}^1 \cdot 2^{2n} - 2 \cdot C_{2n+1}^2 \cdot 3 \cdot 2^{2n-1} + 3 \cdot C_{2n+1}^3 \cdot 3^2 \cdot 2^{2n-2} + \dots - 2n \cdot C_{2n+1}^{2n} \cdot 3^{2n-1} \cdot 2 + (2n+1) C_{2n+1}^{2n+1} \cdot 3^{2n} = 2009$

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2009

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút

(Đề thi gồm 02 trang)

I - PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2,0 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ (C)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Gọi (Δ) là tiếp tuyến tại điểm M(0; 1) với đồ thị (C). Hãy tìm trên (C) những điểm có hoành độ $x > 1$ mà khoảng cách từ đó đến (Δ) là ngắn nhất.

Câu II (2,0 điểm)

1. Giải phương trình: $\sin\left(\frac{3\pi}{5} + 2x\right) = 2\sin\left(\frac{\pi}{5} - x\right)$

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{y-1} = 3 \\ x+y - \sqrt{(x-1)(y-1)} = 5 \end{cases}$$

Câu III (1,0 điểm)

Tính tích phân: $I = \int_{-1}^3 \frac{x-3}{3\sqrt{x+1} + x+3} dx$

Câu IV (1,0 điểm)

Cho hình nón có đỉnh S, đáy là đường tròn tâm O, SA và SB là hai đường sinh biết $SO = 3\text{cm}$, khoảng cách từ O đến mặt phẳng SAB bằng 1cm , diện tích tam giác SAB bằng 18cm^2 . Tính thể tích và diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

Câu V (1 điểm)

Tìm m để phương trình: $m(\sqrt{x-2} + 2\sqrt{x^2-4}) - \sqrt{x+2} = 2\sqrt{x^2-4}$ có nghiệm.

II - PHẦN RIÊNG (3,0 điểm)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc 2)

1. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (2,0 điểm)

1. Cho đường tròn $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ và điểm M(2; 4). Viết phương trình đường thẳng đi qua M cắt đường tròn tại hai điểm A, B sao cho M là trung điểm của đoạn AB.
2. Cho hai mặt phẳng (P): $2x - y - 2z + 3 = 0$ và (Q): $2x - 6y + 3z - 4 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{2}$ đồng thời tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q).

Câu VII.a (1,0 điểm)

Tìm số phức z thỏa mãn: $\left(\frac{z+i}{z-i}\right)^4 = 1$

2. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có cạnh AB: $x - 2y - 1 = 0$, đường chéo BD: $x - 7y + 14 = 0$ và đường chéo AC qua điểm M(2; 1). Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

2. Trong không gian Oxyz cho điểm $A(3 ; 1 ; 1)$ và một đường thẳng d có phương trình

$$(d): \begin{cases} mx + y + z - 1 = 0 \\ x + (m-1)y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

Tìm quỹ tích hình chiếu vuông góc của A lên (d) , khi m thay đổi.

Câu VII.b (1 điểm)

Có 7 cái hộp và 10 viên bi (mỗi hộp này đều có khả năng chứa nhiều hơn 10 viên bi). Hỏi có tất cả bao nhiêu cách đưa 10 viên bi này vào 7 hộp đó ?

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2009

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút

(Đề thi có 02 trang)

I - PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2,0 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{x + 2}{2x - 2}$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d : y = x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B mà $OA^2 + OB^2 = \frac{37}{2}$ (O là gốc tọa độ).

Câu II (2,0 điểm)

1. Giải phương trình: $\frac{1}{\tan x + \cot 2x} = \frac{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}{\cot x - 1}$.

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^4 - x^3y + x^2y^2 = 1 \\ x^3y - x^2 + xy = -1 \end{cases}$.

Câu III (1,0 điểm)

Tính tích phân: $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx$

Câu IV (1,0 điểm)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh SA vuông góc với đáy, $\widehat{ACB} = 60^\circ$, $BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm cạnh SB . Chứng minh rằng $(SAB) \perp (SBC)$. Tính thể tích khối tứ diện $MABC$.

Câu V (1 điểm)

Tìm m để phương trình: $x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} = m(\sqrt{5-x} + \sqrt{4-x})$ có nghiệm.

II - PHẦN RIÊNG (3,0 điểm)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc 2)

1. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (2,0 điểm)

1. Trong (Oxy) , cho 2 đường thẳng $d_1: 2x + y - 1 = 0$, $d_2: 2x - y + 2 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm nằm trên trục Ox đồng thời tiếp xúc với d_1 và d_2 .

2. Trong không gian cho hai đường thẳng : $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{1}$ và $\Delta_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{5} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng P có phương trình : $2x - y - 5z + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ vuông góc với (P), đồng thời cắt cả Δ_1 và Δ_2 .

Câu VII.a (1,0 điểm)

Khai triển biểu thức $P(x)=(1 - 2x)^n$ ta được $P(x)=a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm hệ số của x^5 biết: $a_0 + a_1 + a_2 = 71$.

2. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b (2,0 điểm)

- Trong (Oxy), cho tam giác ABC có trực tâm $H\left(\frac{13}{5}; \frac{13}{5}\right)$, phương trình các đường thẳng AB và AC lần lượt là: $4x - y - 3 = 0$, $x + y - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC.
- Trong không gian cho 4 điểm A(0; -1; 1), B(0; -2; 0), C(2; 1; 1), D(1; 2; 1)
Tìm điểm M thuộc đường thẳng AD và điểm N thuộc đường thẳng chứa trục Ox sao cho MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng này.

Câu VII.b (1 điểm)

Tìm các số thực x , y thỏa mãn đẳng thức :

$$x(-1 + 4i) + y(1 + 2i)^3 = 2 + 9i$$

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I (2,0 điểm)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $f(x) = -2x^3 + 6x - 4$.
2. Tìm số tiếp tuyến của đường cong $y = x \ln x$ đi qua điểm $A(1; 2)$.

Câu II (2,0 điểm)

1. Giải phương trình: $x^{\ln^2 x - 5 \ln x + 7} = \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{x+1}-1} - \frac{1}{\sqrt{x+1}+1}}$.

2. Tính: $\cos 12^\circ + \cos 18^\circ - 4 \cos 15^\circ \cos 21^\circ \cos 24^\circ$.

Câu III (1,0 điểm)

Trên parabol $y = x^2$ lấy ba điểm A, B, C khác nhau sao cho tiếp tuyến tại C song song với đường thẳng AB . Ký hiệu S là diện tích tam giác ABC , S' là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và đường thẳng AB . Tìm tỉ số giữa S và S' .

Câu IV (1,0 điểm)

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng α đi qua A và vuông góc với SC cắt SB, SC lần lượt tại B', C' . Biết rằng C' là trung điểm của SC , tính tỉ số giữa SB' và $B'B$.

Câu V (1,0 điểm)

Với x là số dương, y là số thực tùy ý, tìm tập hợp mọi giá trị của biểu thức

$$A = \frac{xy^2}{(x^2 + 3y^2) \left(x + \sqrt{x^2 + 12y^2} \right)}$$

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần: theo chương trình Chuẩn hoặc Nâng cao.

1. Theo chương trình Chuẩn

Câu VIa (2 điểm)

1. Tìm tọa độ các đỉnh B và C của tam giác ABC , biết đỉnh $A(-1; -3)$, trọng tâm $G(4; -2)$ và trung trực cạnh AB có phương trình $3x + 2y - 4 = 0$.

2. Tìm tập hợp tâm các mặt cầu đi qua gốc tọa độ và tiếp xúc với hai mặt phẳng:

$$P: x + 2y - 4 = 0 \text{ và } Q: x + 2y + 6 = 0.$$

Câu VIIa (1 điểm)

Một hộp đựng bi có 12 viên, trong đó có 3 viên trắng, 4 viên đỏ, 5 viên xanh. Ký hiệu A là tổng số cách lấy 6 trong 12 viên đỏ, B là số cách lấy 6 viên sao cho số bi đỏ bằng số bi xanh. Tính tỉ số $B : A$.

2. Theo chương trình Nâng cao

Câu VIb (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ, cho hai đường thẳng

$$d_1 : kx - y + k = 0$$

và

$$d_2 : (1 - k^2)x + 2ky - 1 - k^2 = 0.$$

Khi k thay đổi thì giao điểm của hai đường thẳng này di chuyển trên một đường cong. Xác định đường cong đó.

2. Mặt cầu S đi qua các điểm $A(0;0;1), B(1;0;0), C(1;1;1), D(0;1;0)$; mặt cầu S' đi qua các điểm $A'\left(\frac{1}{2};0;0\right), B'\left(0;\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right), C'(1;1;0), D'(0;1;1)$. Tìm độ dài bán kính đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu đó.

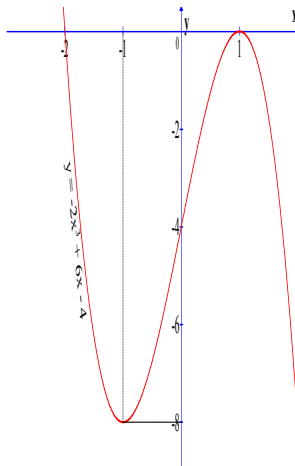
Câu VIIb (1 điểm)

Tính căn bậc hai của số phức $15 + 112i$.

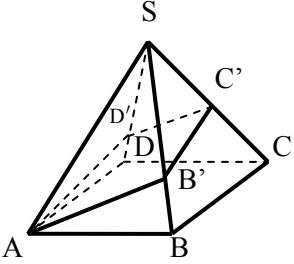
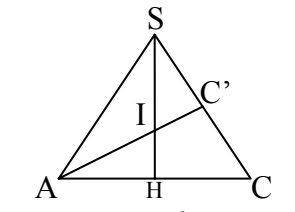
GHI CHÚ. 1. Đề thi này được soạn theo MẪU quy định trong văn bản “Cấu trúc đề thi tốt nghiệp THPT & tuyển sinh ĐH-CĐ 2009” do Cục Khảo thí & Kiểm định chất lượng giáo dục, Bộ Giáo dục & Đào tạo, ban hành tháng 11 năm 2008.

2. Cán bộ coi thi không được giải thích gì về đề thi!

ĐÁP ÁN TOÁN KHỐI A

Câu	Lời giải	Điểm																									
I.1.(1đ)	<p>Tập xác định: \mathbb{R}.</p> <p>Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \mp\infty$.</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>$f'(x) = -6x^2 + 6; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.</p> <p>$f(-1) = -9; f(1) = 3$.</p> <p>Bảng biến thiên:</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;"> </td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;"> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;">↘</td> <td style="padding: 5px;">-8</td> <td style="padding: 5px;">↗</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">↘</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> </tr> </table> <p>Nhận xét: Hàm số nghịch biến trên hai khoảng $(-\infty; -1), (1; +\infty)$; đạt cực tiểu tại -1, cực đại tại 1 và $f_{CT} = -8; f_{CD} = 0$.</p> <p>Giao điểm với trục tung: $(0; -4)$; với trục hoành: $(-2; 0)$ và $(1; 0)$ (điểm cực đại).</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>Đồ thị như hình vẽ.</p> <div style="text-align: center;">  </div>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	$f'(x)$	-		+		$f(x)$	$+\infty$	↘	-8	↗				0	↘					$-\infty$	<p>0,25</p> <hr style="border-top: 1px solid black;"/> <p>0,5</p> <hr style="border-top: 1px solid black;"/> <p>0,25</p>
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$																							
$f'(x)$	-		+																								
$f(x)$	$+\infty$	↘	-8	↗																							
			0	↘																							
				$-\infty$																							
I.2.(1đ)	<p>Ta có $(x \ln x)' = 1 + \ln x$. Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ a ($a > 0$) là $y = (1 + \ln a)(x - a) + a \ln a$.</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>Để tiếp tuyến đi qua A, phải có</p> $2 = (1 + \ln a)(1 - a) + a \ln a \Leftrightarrow$ $2 = 1 - a + \ln a \Leftrightarrow \ln a - a - 1 = 0, (1).$	<p>0,25</p> <hr style="border-top: 1px solid black;"/> <p>0,25</p>																									

	<p>Số tiếp tuyến đi qua A phụ thuộc vào số nghiệm của phương trình (1). Xét hàm số $f(a) = \ln a - a - 1$. Ta có:</p> $f'(a) = \frac{1}{a} - 1;$ $f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = 1.$ <p>Bảng biến thiên của $f(a)$:</p> <table border="1" data-bbox="540 510 1167 699"> <tr> <td>a</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(a)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(a)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table> <p>Từ bảng này ta thấy giá trị lớn nhất của $f(a)$ là -2 nên phương trình (1) vô nghiệm. Vậy không có tiếp tuyến nào đi qua A.</p>	a	0	1	$+\infty$	$f'(a)$	+	0	-	$f(a)$	$-\infty$	-2	$-\infty$	0,5
a	0	1	$+\infty$											
$f'(a)$	+	0	-											
$f(a)$	$-\infty$	-2	$-\infty$											
II.1.(1đ)	<p>Vế trái có nghĩa khi và chỉ khi $x > 0$. Khi đó vế phải cũng có nghĩa. Để thấy vế phải đơn giản bằng x.</p> <p>Như vậy ta có phương trình</p> $x^{\ln^2 x - 5 \ln x + 7} = x \Leftrightarrow$ $x^{\ln^2 x - 5 \ln x + 6} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \ln^2 x - 5 \ln x + 6 = 0, (1) \end{cases}$ <p>Mặt khác: $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x = 2 \\ \ln x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = e^2 \\ x = e^3 \end{cases}$</p> <p>Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm $x_1 = 1, x_2 = e^2, x_3 = e^3$.</p>	0,25 0,5 0,25												
II.2.(1đ)	<p>Ta có:</p> $\begin{aligned} & \cos 12^\circ + \cos 18^\circ - 4 \cos 15^\circ \cos 21^\circ \cos 24^\circ = \\ & \cos 12^\circ + \cos 18^\circ - 2(\cos 36^\circ + \cos 6^\circ) \cos 24^\circ = \\ & \cos 12^\circ + \cos 18^\circ - 2 \cos 36^\circ \cos 24^\circ - 2 \cos 24^\circ \cos 6^\circ = \\ & \cos 12^\circ + \cos 18^\circ - \cos 60^\circ - \cos 12^\circ - \cos 30^\circ - \cos 18^\circ \\ & = -\cos 60^\circ - \cos 30^\circ = -\frac{1 + \sqrt{3}}{2} \end{aligned}$	1,0												
III(1đ)	<p>Giả sử 3 điểm trên parabol là $A(a, a^2), B(b, b^2), C(c, c^2), (a < b)$. Hệ số góc của đường thẳng AB là $\frac{b^2 - a^2}{b - a} = a + b$, còn hệ số góc của tiếp</p>													

	<p>tuyến tại C hiển nhiên là $2c$. Vậy $c = \frac{a+b}{2}$.</p> <p>Độ dài $AB = \sqrt{(b-a)^2 + (b^2 - a^2)^2} = (b-a)\sqrt{1+(a+b)^2}$.</p> <p>Phương trình đường thẳng AB:</p> $\frac{x-a}{b-a} = \frac{y-a^2}{b^2-a^2} \Leftrightarrow (a+b)(x-a) = y-a^2$ $\Leftrightarrow (a+b)x - y - ab = 0 \Leftrightarrow y = (a+b)x - ab.$ <p>Khoảng cách từ C đến AB:</p> $h = \frac{\left (a+b)\frac{a+b}{2} - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - ab \right }{\sqrt{(a+b)^2 + 1}} = \frac{\left \frac{(a+b)^2}{4} - ab \right }{\sqrt{(a+b)^2 + 1}} = \frac{(b-a)^2}{4\sqrt{(a+b)^2 + 1}}.$ <p>Diện tích tam giác ABC:</p> $S = \frac{1}{2} AB \cdot h = \frac{1}{2} (b-a)\sqrt{1+(a+b)^2} \cdot \frac{(b-a)^2}{4\sqrt{(a+b)^2 + 1}} = \frac{(b-a)^3}{8}.$ <hr/> <p>Diện tích giới hạn bởi parabol và đường thẳng AB:</p> $S' = \int_a^b \left((a+b)x - ab - x^2 \right) dx = \left((a+b)\frac{x^2}{2} - abx - \frac{x^3}{3} \right) \Big _a^b$ $= (a+b)\frac{b^2 - a^2}{2} - ab(b-a) - \frac{b^3 - a^3}{3} =$ $\frac{b-a}{6} \left(3(a+b)^2 - 6ab - 2(a^2 + ab + b^2) \right) = \frac{(b-a)^3}{6}.$ <p>Suy ra: $\boxed{\frac{S}{S'} = \frac{3}{4}}$.</p>	0,5
IV(1đ)	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  <p>(Hình này có thể không vẽ)</p> </div> </div>	0,25

	<p>Xét tam giác cân SAC (cân tại S) với H là trung điểm của AC. Rõ ràng SH là đường cao của tam giác SAC và của cả hình chóp. Lại có $AC' \perp SC$ và C' là trung điểm SC nên $AC = SC$, tức là tam giác SAC là đều.</p> <hr/> <p>Để thấy $\frac{SB'}{B'B} = \frac{SI}{IH}$, trong đó I là giao điểm giữa SH và AC'. Vì I cũng là trọng tâm tam giác SAC nên $SI : IH = 2:1$. Vậy tỉ số giữa SB' và $B'B$ là 2.</p>	<p>0,25</p> <hr/> <p>0,5</p>															
<p>V(1đ)</p>	<p>Ta có</p> $A = \frac{xy^2(\sqrt{x^2+12y^2}-x)}{(x^2+3y^2)12y^2} = \frac{x(\sqrt{x^2+12y^2}-x)}{12(x^2+3y^2)}$ $= \frac{\sqrt{1+\frac{12y^2}{x^2}}-1}{12\left(1+\frac{3y^2}{x^2}\right)}$ <hr/> <p>Đặt $\frac{12y^2}{x^2} = t, (t \geq 0)$ và $3A = f(t)$. Khi đó</p> $f(t) = \frac{\sqrt{1+t}-1}{t+4};$ $f'(t) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{1+t}}(t+4) - \sqrt{1+t} + 1}{(t+4)^2}$ $= \frac{t+4-2-2t+2\sqrt{1+t}}{2(t+4)^2\sqrt{1+t}} = \frac{2-t+2\sqrt{1+t}}{2(t+4)^2\sqrt{1+t}};$ $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{1+t} = t-2 \Leftrightarrow$ $\begin{cases} t \geq 2, (1) \\ 4+4t = t^2 - 4t + 4, (2) \end{cases}$ $(2) \Leftrightarrow t^2 - 8t = 0 \Rightarrow t = 8.$ <hr/> <p>Để thấy bên trái điểm $t = 8$ thì $f'(t) > 0$ và bên phải thì $f'(t) < 0$. Ngoài ra $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 0$. Do đó, ta có bảng biến thiên sau:</p> <table border="1" data-bbox="570 1703 1110 1875"> <tr> <td>t</td> <td>0</td> <td>8</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(t)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(t)$</td> <td>0</td> <td>\nearrow</td> <td>1/6</td> <td>\searrow</td> <td>0</td> </tr> </table>	t	0	8	$+\infty$	$f'(t)$		+	0	-	$f(t)$	0	\nearrow	1/6	\searrow	0	<p>0,25</p> <hr/> <p>0,5</p> <hr/> <p>0,25</p>
t	0	8	$+\infty$														
$f'(t)$		+	0	-													
$f(t)$	0	\nearrow	1/6	\searrow	0												

	<p>viên xanh (không viên nào trắng) hoặc 2 viên trắng, 2 đỏ và 2 xanh.</p> <p>-----</p> <p>Trường hợp thứ nhất có thể thực hiện theo $C_4^3 C_5^3$ cách; trường hợp thứ hai: $C_3^2 C_4^2 C_5^2$ cách. Như vậy $B = C_4^3 C_5^3 + C_3^2 C_4^2 C_5^2$; do đó</p> $\frac{B}{A} = \frac{C_4^3 C_5^3 + C_3^2 C_4^2 C_5^2}{C_{12}^6} = \frac{4 \cdot 10 + 3 \cdot 6 \cdot 10}{924} = \frac{5}{21}.$	0,5
	Phần riêng theo chương trình Nâng cao	
VIb.1(1đ)	<p>Rút y từ phương trình của d_1 rồi thế vào phương trình của d_2, ta được:</p> $(1 - k^2)x + 2k(kx + k) - 1 - k^2 = 0 \Leftrightarrow$ $(1 + k^2)x + k^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 - k^2}{1 + k^2}.$ <p>Do đó $y = \frac{k - k^3}{1 + k^2} + k = \frac{2k}{1 + k^2}.$</p> <p>-----</p> <p>Suy ra:</p> $x^2 + y^2 = \left(\frac{1 - k^2}{1 + k^2}\right)^2 + \left(\frac{2k}{1 + k^2}\right)^2 =$ $\frac{1 - 2k^2 + k^4 + 4k^2}{(1 + k^2)^2} = \frac{(1 + k^2)^2}{(1 + k^2)^2} = 1.$ <p>Vậy giao điểm của hai đường thẳng di chuyển trên đường tròn tâm O, bán kính bằng 1.</p>	0,5
VIb.2(1đ)	<p>Giả sử S có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Do S đi qua A, B, C, D nên có:</p> $\begin{cases} 1 - 2c + d = 0 \\ 1 - 2a + d = 0 \\ 3 - 2a - 2b - 2c + d = 0 \\ 1 - 2b + d = 0. \end{cases}$ <p>Suy ra $a = b = c = \frac{1}{2}$ và $d = 0$. Vậy mặt cầu S có phương trình:</p> $x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z = 0$ <p>(tâm là $I(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, bán kính $R = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$).</p> <p>-----</p> <p>Tiếp theo, giả sử S' có phương trình</p> $x^2 + y^2 + z^2 - 2a'x - 2b'y - 2c'z + d' = 0.$ Do S' đi qua A', B', C' ,	0,25

	<p>D' nên có:</p> $\begin{cases} \frac{1}{4} - a' + d' = 0 \\ \frac{1}{2} - b' - c' + d' = 0 \\ 2 - 2a' - 2b' + d' = 0 \\ 2 - 2b' - 2c' + d' = 0. \end{cases}$ <p>Suy ra $a' = c' = \frac{5}{4}, b' = \frac{1}{4}, d' = 1$. Vậy mặt cầu S' có phương trình:</p> $x^2 + y^2 + z^2 - \frac{5}{2}x - \frac{1}{2}y - \frac{5}{2}z + 1 = 0.$ <p>(tâm là $I'(\frac{5}{4}, \frac{1}{4}, \frac{5}{4})$, bán kính $R' = \sqrt{\frac{25}{16} + \frac{1}{16} + \frac{25}{16}} - 1$.</p> <hr/> <p>Phương trình mặt phẳng chứa giao tuyến:</p> $\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}z - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 3z - 2 = 0.$ <p>Khoảng cách từ I tới mặt phẳng này:</p> $\frac{\left \frac{3}{2} - \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 2 \right }{\sqrt{9+1+9}} = \frac{1}{2\sqrt{19}}.$ <p>Bán kính đường tròn giao tuyến:</p> $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{\frac{3}{4} - \frac{1}{76}} = \sqrt{\frac{56}{76}} = \sqrt{\frac{14}{19}}.$	<p>0,25</p> <hr/> <p>0,5</p>
<p>VIIb(1đ)</p>	<p>Giả sử căn bậc hai của $15 + 112i$ là $x + yi$. Khi đó:</p> $(x + yi)^2 = x^2 - y^2 + 2xyi = 15 + 112i \Leftrightarrow$ $\begin{cases} x^2 - y^2 = 15 \\ xy = 56 \end{cases} \Rightarrow x^2 - \frac{3136}{x^2} = 15, (x \neq 0) \Rightarrow$ $x^4 - 15x^2 - 3136 = 0. (1)$ <hr/> <p>Đặt $x^2 = t, (t \geq 0)$, thì (1) trở thành:</p> $t^2 - 15t - 3136 = 0;$ $\Delta = 225 + 12544 = 12769 = 113^2;$ $t = \frac{15 + 113}{2} = 64.$ <p>Suy ra $x = \pm 8, y = \pm 7$.</p> <p>Vậy căn bậc hai của $15 + 112i$ có hai giá trị là $\pm(8 + 7i)$.</p>	<p>0,5</p> <hr/> <p>0,5</p>

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm 02 trang)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7 điểm)

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Cho M là điểm bất kì trên (C). Tiếp tuyến của (C) tại M cắt các đường tiệm cận của (C) tại A và B. Gọi I là giao điểm của các đường tiệm cận. Tìm tọa độ điểm M sao cho đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có diện tích nhỏ nhất.

Câu II (2 điểm)

1. Giải phương trình $1 + \sin \frac{x}{2} \sin x - \cos \frac{x}{2} \sin^2 x = 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right)$
2. Giải bất phương trình $\log_2(4x^2 - 4x + 1) - 2x > 2 - (x+2) \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2} - x \right)$

Câu III (1 điểm)

Tính tích phân $I = \int_1^e \left(\frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} + 3x^2 \ln x \right) dx$

Câu IV (1 điểm)

Cho hình chóp S.ABC có $AB = AC = a$, $BC = \frac{a}{2}$. $SA = a\sqrt{3}$, $\angle SAB = \angle SAC = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp S.ABC.

Câu V (1 điểm) Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn $a + b + c = \frac{3}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

$$\text{thức } P = \frac{1}{\sqrt[3]{a+3b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b+3c}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c+3a}}$$

PHẦN RIÊNG (3 điểm) Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần: Phần 1 hoặc phần 2

PHẦN 1: (Theo chương trình Chuẩn)

Câu VIa (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho cho hai đường thẳng $d_1: 2x - y + 5 = 0$. $d_2: 3x + 6y - 7 = 0$. Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm P(2; -1) sao cho đường thẳng đó cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 tạo ra một tam giác cân có đỉnh là giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 .
2. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho 4 điểm A(1; -1; 2), B(1; 3; 2), C(4; 3; 2), D(4; -1; 2) và mặt phẳng (P) có phương trình: $x + y + z - 2 = 0$. Gọi A' là hình chiếu của A lên mặt phẳng Oxy. Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm A', B, C, D. Xác định tọa độ tâm và bán kính của đường tròn (C) là giao của (P) và (S).

Câu VIIa (1 điểm)

Tìm số nguyên dương n biết:

$$2C_{2n+1}^2 - 3.2.C_{2n+1}^3 + \dots + (-1)^k k(k-1)2^{k-2} C_{2n+1}^k + \dots - 2n(2n+1)2^{2n-1} C_{2n+1}^{2n+1} = -40200$$

PHẦN 2: (Theo chương trình Nâng cao)

Câu VIb (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho Hypebol (H) có phương trình: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Viết phương trình chính tắc của elip (E) có tiêu điểm trùng với tiêu điểm của (H) và ngoại tiếp hình chữ nhật cơ sở của (H).

2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho (P): $x + 2y - z + 5 = 0$ và đường thẳng

(d): $\frac{x+3}{2} = y+1 = z-3$, điểm $A(-2; 3; 4)$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trên (P) đi qua giao

điểm của (d) và (P) đồng thời vuông góc với d . Tìm trên Δ điểm M sao cho khoảng cách AM ngắn nhất.

Câu VIIb (1 điểm):

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2^{3x+1} + 2^{y-2} = 3 \cdot 2^{y+3x} \\ \sqrt{3x^2 + 1 + xy} = \sqrt{x+1} \end{cases}$$

----- Hết -----

Chú ý: Thí sinh dự thi khối B và D không phải làm câu V

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh:-----

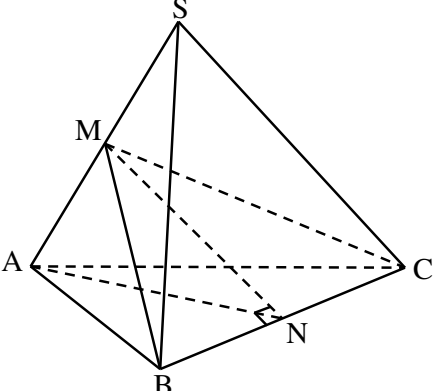
Số báo danh:-----

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

- Điểm toàn bài thi không làm tròn
- Học sinh làm cách khác nếu đúng vẫn được điểm tối đa.
- Nếu học sinh làm cả hai phần trong phân tự chọn thì không tính điểm phân tự chọn
- Thí sinh dự thi khối B, D không phải làm câu V, thang điểm dành cho câu I. 1 và câu III là 1,5 điểm

Câu	Nội dung	Điểm												
I. 1	Khảo sát hàm số và vẽ đồ thị hàm số	1,00												
	<p>1) Hàm số có TXĐ: $R \setminus \{2\}$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>2) Sự biến thiên của hàm số:</p> <p>a) Giới hạn vô cực và các đường tiệm cận:</p> <p>* $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$</p> <p>Do đó đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số</p> <p>* $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2 \Rightarrow$ đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>b) Bảng biến thiên:</p> <p>Ta có: $y' = \frac{1}{(x-2)^2} < 0, \quad \forall x \neq 2$</p> <p>Bảng biến thiên:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y'</td> <td colspan="2" style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td colspan="2" style="padding: 5px; text-align: center;"> \swarrow $-\infty$ </td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"> \searrow 2 </td> </tr> </table> <p>* Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>3) Đồ thị:</p> <p>+ Đồ thị cắt trục tung tại $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$</p> <p>+ Nhận xét: Đồ thị nhận giao điểm I(2; 2) của hai tiệm cận làm tâm đối xứng.</p> <div style="text-align: center;"> </div>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	y'	-		-	y	\swarrow $-\infty$		\searrow 2	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
x	$-\infty$	2	$+\infty$											
y'	-		-											
y	\swarrow $-\infty$		\searrow 2											
I. 2	Tìm M để đường tròn có diện tích nhỏ nhất	1,00												
	<p>Ta có: $M\left(x_0; \frac{2x_0-3}{x_0-2}\right), \quad x_0 \neq 2, \quad y'(x_0) = \frac{-1}{(x_0-2)^2}$</p> <p>Phương trình tiếp tuyến với (C) tại M có dạng: $\Delta: y = \frac{-1}{(x_0-2)^2}(x-x_0) + \frac{2x_0-3}{x_0-2}$</p>	0,25												

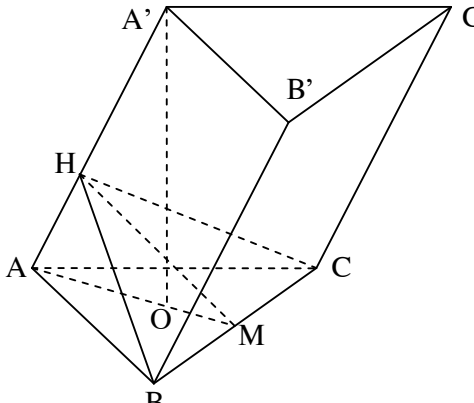
	<p>Toạ độ giao điểm A, B của (Δ) và hai tiệm cận là: $A\left(2; \frac{2x_0-2}{x_0-2}\right); B(2x_0-2; 2)$</p> <p>Ta thấy $\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+2x_0-2}{2} = x_0 = x_M, \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2x_0-3}{x_0-2} = y_M$ suy ra M là trung điểm của AB.</p> <p>Mặt khác I = (2; 2) và tam giác IAB vuông tại I nên đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có diện tích</p> $S = \pi IM^2 = \pi \left[(x_0 - 2)^2 + \left(\frac{2x_0 - 3}{x_0 - 2} - 2 \right)^2 \right] = \pi \left[(x_0 - 2)^2 + \frac{1}{(x_0 - 2)^2} \right] \geq 2\pi$ <p>Dấu “=” xảy ra khi $(x_0 - 2)^2 = \frac{1}{(x_0 - 2)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = 3 \end{cases}$</p> <p>Do đó có hai điểm M cần tìm là M(1; 1) và M(3; 3)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
II. 1	Giải phương trình lượng giác	1 điểm
	$1 + \sin \frac{x}{2} \sin x - \cos \frac{x}{2} \sin^2 x = 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right) \quad (1)$ <p>(1) $\Leftrightarrow 1 + \sin \frac{x}{2} \sin x - \cos \frac{x}{2} \sin^2 x = 1 + \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = 1 + \sin x$</p>	0,25
	$\Leftrightarrow \sin x \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \sin x - 1 \right) = 0 \Leftrightarrow \sin x \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \cdot 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - 1 \right) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \sin x \left(\sin \frac{x}{2} - 1 \right) \left(2 \sin^2 \frac{x}{2} + 2 \sin \frac{x}{2} + 1 \right) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin \frac{x}{2} = 1 \\ 2 \sin^2 \frac{x}{2} + 2 \sin \frac{x}{2} + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pi + k4\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$	0,25
II. 2	Giải bất phương trình.....	1 điểm
	$\text{ĐK: } \begin{cases} \frac{1}{2} - x > 0 \\ 4x^2 - 4x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ (2x-1)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x < \frac{1}{2} \quad (*)$	0,25
	<p>Với điều kiện (*) bất phương trình tương đương với:</p> $2 \log_2(1-2x) - 2x > 2 + (x+2)[\log_2(1-2x) - 1]$ $\Leftrightarrow x[\log_2(1-2x) + 1] < 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2(1-2x) + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 2(1-2x) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 2(1-2x) < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{4} \\ x < 0 \end{cases}$	0,25
	<p>Kết hợp với điều kiện (*) ta có: $\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}$ hoặc $x < 0$.</p>	0,25

III	Tích tích phân.....	1 điểm
	$I = \int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} dx + 3 \int_1^e x^2 \ln x dx$ <p>+) Tính $I_1 = \int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} dx$. Đặt $t = \sqrt{1+\ln x} \Rightarrow t^2 = 1+\ln x; 2tdt = \frac{1}{x} dx$</p> <p>Đổi cận: $x=1 \Rightarrow t=1; x=e \Rightarrow t=\sqrt{2}$</p>	0,25
	$I_1 = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{(t^2-1)}{t} \cdot 2tdt = 2 \int_1^{\sqrt{2}} (t^2-1) dt = 2 \left(\frac{t^3}{3} - t \right) \Big _1^{\sqrt{2}} = \frac{2(2-\sqrt{2})}{3}$	0,25
	<p>+) Tính $I_2 = \int_1^e x^2 \ln x dx$. Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^3}{3} \end{cases}$</p>	0,25
	$I_2 = \frac{x^3}{3} \cdot \ln x \Big _1^e - \frac{1}{3} \int_1^e x^2 dx = \frac{e^3}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{x^3}{3} \Big _1^e = \frac{e^3}{3} - \frac{e^3}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2e^3+1}{9}$	0,25
	$I = I_1 + 3I_2 = \frac{5-2\sqrt{2}+2e^3}{3}$	0,25
IV	Tính thể tích hình chóp	1 điểm
		
	<p>Theo định lí côsin ta có:</p> $SB^2 = SA^2 + AB^2 - 2SA \cdot AB \cdot \cos \sphericalangle SAB = 3a^2 + a^2 - 2 \cdot a\sqrt{3} \cdot a \cdot \cos 30^\circ = a^2$ <p>Suy ra $SB = a$. Tương tự ta cũng có $SC = a$.</p>	0,25
	<p>Gọi M là trung điểm của SA, do hai tam giác SAB và SAC là hai tam giác cân nên $MB \perp SA, MC \perp SA$. Suy ra $SA \perp (MBC)$.</p> <p>Ta có $V_{S.ABC} = V_{S.MBC} + V_{A.MBC} = \frac{1}{3} MA \cdot S_{MBC} + \frac{1}{3} SA \cdot S_{MBC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{MBC}$</p>	0,25
	<p>Hai tam giác SAB và SAC có ba cặp cạnh tương ứng bằng nhau nên chúng bằng nhau. Do đó $MB = MC$ hay tam giác MBC cân tại M. Gọi N là trung điểm của BC suy ra $MN \perp BC$. Tương tự ta cũng có $MN \perp SA$.</p> $MN^2 = AN^2 - AM^2 = AB^2 - BN^2 - AM^2 = a^2 - \left(\frac{a}{4}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{16} \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{3}}{4}$	0,25
	<p>Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} MN \cdot BC = \frac{1}{6} a\sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3}{16}$</p>	0,25

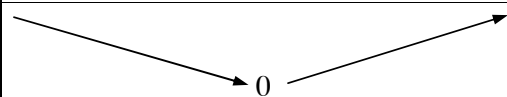
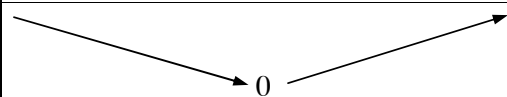
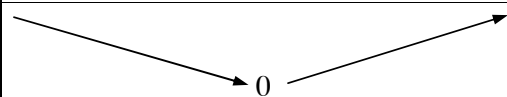
V	Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức	1 điểm
	<p>Áp dụng Bất đẳng thức Côsi cho ba số dương ta có</p> $(x + y + z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 3\sqrt[3]{xyz} \cdot \frac{3}{\sqrt[3]{xyz}} = 9 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x + y + z} (*)$ <p>áp dụng (*) ta có $P = \frac{1}{\sqrt[3]{a+3b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b+3c}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c+3a}} \geq \frac{9}{\sqrt[3]{a+3b} + \sqrt[3]{b+3c} + \sqrt[3]{c+3a}}$</p>	0,25
	<p>Áp dụng Bất đẳng thức Côsi cho ba số dương ta có</p> $\sqrt[3]{(a+3b)1.1} \leq \frac{a+3b+1+1}{3} = \frac{1}{3}(a+3b+2)$ $\sqrt[3]{(b+3c)1.1} \leq \frac{b+3c+1+1}{3} = \frac{1}{3}(b+3c+2)$ $\sqrt[3]{(c+3a)1.1} \leq \frac{c+3a+1+1}{3} = \frac{1}{3}(c+3a+2)$	0,25
	<p>Suy ra $\sqrt[3]{a+3b} + \sqrt[3]{b+3c} + \sqrt[3]{c+3a} \leq \frac{1}{3}[4(a+b+c)+6] \leq \frac{1}{3}\left[4 \cdot \frac{3}{4} + 6\right] = 3$</p> <p>Do đó $P \geq 3$</p>	0,25
	<p>Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c = \frac{3}{4} \\ a+3b = b+3c = c+3a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{4}$</p> <p>Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 3 khi $a = b = c = 1/4$</p>	0,25
Via.1	Lập phương trình đường thẳng	1 điểm
	<p>Cách 1: d_1 có vectơ chỉ phương $\vec{a}_1(2;-1)$; d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{a}_2(3;6)$</p> <p>Ta có: $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = 2 \cdot 3 - 1 \cdot 6 = 0$ nên $d_1 \perp d_2$ và d_1 cắt d_2 tại một điểm I khác P. Gọi d là đường thẳng đi qua P(2; -1) có phương trình:</p> $d: A(x-2) + B(y+1) = 0 \Leftrightarrow Ax + By - 2A + B = 0$	0,25
	<p>d cắt d_1, d_2 tạo ra một tam giác cân có đỉnh I khi và chỉ khi d tạo với d_1 (hoặc d_2) một góc 45°</p> $\Leftrightarrow \frac{ 2A - B }{\sqrt{A^2 + B^2} \sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \cos 45^\circ \Leftrightarrow 3A^2 - 8AB - 3B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 3B \\ B = -3A \end{cases}$	0,25
	<p>* Nếu $A = 3B$ ta có đường thẳng $d: 3x + y - 5 = 0$</p>	0,25
	<p>* Nếu $B = -3A$ ta có đường thẳng $d: x - 3y - 5 = 0$</p> <p>Vậy qua P có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán. $d: 3x + y - 5 = 0$ $d: x - 3y - 5 = 0$</p>	0,25
	<p>Cách 2: Gọi d là đường thẳng cần tìm, khi đó d song song với đường phân giác ngoài của đỉnh I là giao điểm của d_1, d_2 của tam giác đã cho.</p> <p>Các đường phân giác của góc tạo bởi d_1, d_2 có phương trình</p> $\frac{ 2x - y + 5 }{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{ 3x + 6y - 7 }{\sqrt{3^2 + 6^2}} \Leftrightarrow 3 2x - y + 5 = 3x + 6y - 7 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 9y + 22 = 0 & (\Delta_1) \\ 9x + 3y + 8 = 0 & (\Delta_2) \end{cases}$	0,25
	<p>+) Nếu $d // \Delta_1$ thì d có phương trình $3x - 9y + c = 0$.</p> <p>Do $P \in d$ nên $6 + 9 + c = 0 \Leftrightarrow c = -15 \Rightarrow d: x - 3y - 5 = 0$</p>	0,25
	<p>+) Nếu $d // \Delta_2$ thì d có phương trình $9x + 3y + c = 0$.</p> <p>Do $P \in d$ nên $18 - 3 + c = 0 \Leftrightarrow c = -15 \Rightarrow d: 3x + y - 5 = 0$</p>	0,25
	<p>Vậy qua P có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán. $d: 3x + y - 5 = 0$ $d: x - 3y - 5 = 0$</p>	0,25

VIa. 2	Xác định tâm và bán kính của đường tròn.....	1 điểm
	Dễ thấy A' (1; -1; 0) * Giả sử phương trình mặt cầu (S) đi qua A', B, C, D là:	0,25
	$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0, \quad (a^2 + b^2 + c^2 - d > 0)$ <p>Vì A', B, C, D ∈ (S) nên ta có hệ: $\begin{cases} 2a - 2b + d + 2 = 0 \\ 2a + 6b + 4c + d + 14 = 0 \\ 8a + 6b + 4c + d + 29 = 0 \\ 8a - 2b + 4c + d - 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{2} \\ b = -1 \\ c = -1 \\ d = -1 \end{cases}$ </p> Vậy mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 5x - 2y - 2z + 1 = 0$	0,25
	(S) có tâm I $\left(\frac{5}{2}; 1; 1\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{29}}{2}$ +) Gọi H là hình chiếu của I lên (P). H là tâm của đường tròn (C) +) Gọi (d) là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P). (d) có vectơ chỉ phương là: $\vec{n}(1; 1; 1)$ Suy ra phương trình của d: $\begin{cases} x = 5/2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{5}{2} + t; 1 + t; 1 + t\right)$ Do H = (d) ∩ (P) nên: $\frac{5}{2} + t + 1 + t + 1 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow 3t = -\frac{5}{2} \Leftrightarrow t = -\frac{5}{6} \Rightarrow H\left(\frac{5}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{6}\right)$	0,25
	$IH = \sqrt{\frac{75}{36}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$, (C) có bán kính $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{\frac{29}{4} - \frac{75}{36}} = \sqrt{\frac{31}{6}} = \frac{\sqrt{186}}{6}$	0,25
VII a.	Tìm số nguyên dương n biết.....	1 điểm
	* Xét $(1-x)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 - C_{2n+1}^1 x + C_{2n+1}^2 x^2 - \dots + (-1)^k C_{2n+1}^k x^k + \dots - C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1}$ (1) * Lấy đạo hàm cả hai vế của (1) ta có: $-(2n+1)(1-x)^{2n} = -C_{2n+1}^1 + 2C_{2n+1}^2 x - \dots + (-1)^k k C_{2n+1}^k x^{k-1} + \dots - (2n+1)C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n}$ (2)	0,25
	Lại lấy đạo hàm cả hai vế của (2) ta có: $2n(2n+1)(1-x)^{2n-1} = 2C_{2n+1}^2 - 3C_{2n+1}^3 x + \dots + (-1)^k k(k-1)C_{2n+1}^k x^{k-2} + \dots - 2n(2n+1)C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n-1}$	0,25
	Thay x = 2 vào đẳng thức trên ta có: $-2n(2n+1) = 2C_{2n+1}^2 - 3.2.2C_{2n+1}^3 + \dots + (-1)^k k(k-1)2^{k-2} C_{2n+1}^k + \dots - 2n(2n+1)2^{2n-1} C_{2n+1}^{2n+1}$	0,25
	Phương trình đã cho $\Leftrightarrow 2n(2n+1) = 40200 \Leftrightarrow 2n^2 + n - 20100 = 0 \Leftrightarrow n = 100$	0,25
VIb.1	Viết phương trình chính tắc của E líp	1 điểm
	(H) có các tiêu điểm $F_1(-5; 0); F_2(5; 0)$. Hình chữ nhật cơ sở của (H) có một đỉnh là M(4; 3).	0,25
	Giả sử phương trình chính tắc của (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (với a > b) (E) cũng có hai tiêu điểm $F_1(-5; 0); F_2(5; 0) \Rightarrow a^2 - b^2 = 5^2$ (1)	0,25
	$M(4; 3) \in (E) \Leftrightarrow 9a^2 + 16b^2 = a^2 b^2$ (2)	
	Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} a^2 = 5^2 + b^2 \\ 9a^2 + 16b^2 = a^2 b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 40 \\ b^2 = 15 \end{cases}$	0,25
	Vậy phương trình chính tắc của (E) là: $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{15} = 1$	0,25

VIIb. 2	Tìm điểm M thuộc Δ để AM ngắn nhất	1 điểm
	Chuyển phương trình d về dạng tham số ta được: $\begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = t - 1 \\ z = t + 3 \end{cases}$ Gọi I là giao điểm của (d) và (P) $\Rightarrow I(2t - 3; t - 1; t + 3)$ Do $I \in (P) \Rightarrow 2t - 3 + 2(t - 1) - (t + 3) + 5 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow I(-1; 0; 4)$	0,25
	* (d) có vectơ chỉ phương là $\vec{a}(2; 1; 1)$, mp(P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1; 2; -1)$ $\Rightarrow [\vec{a}, \vec{n}] = (-3; 3; 3)$. Gọi \vec{u} là vectơ chỉ phương của $\Delta \Rightarrow \vec{u}(-1; 1; 1)$	0,25
	$\Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = 1 - u \\ y = u \\ z = 4 + u \end{cases}$. Vì $M \in \Delta \Rightarrow M(-1 - u; u; 4 + u)$, $\Rightarrow \overline{AM}(1 - u; u - 3; u)$	0,25
	AM ngắn nhất $\Leftrightarrow AM \perp \Delta \Leftrightarrow \overline{AM} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overline{AM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow -1(1 - u) + 1(u - 3) + 1 \cdot u = 0$ $\Leftrightarrow u = \frac{4}{3}$. Vậy $M\left(\frac{-7}{3}; \frac{4}{3}; \frac{16}{3}\right)$	0,25
VIIb	Giải hệ phương trình:.....	1 điểm
	$\begin{cases} 2^{3x+1} + 2^{y-2} = 3 \cdot 2^{y+3x} & (1) \\ \sqrt{3x^2 + 1 + xy} = \sqrt{x+1} & (2) \end{cases}$ Phương trình (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 3x^2 + 1 + xy = x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x(3x + y - 1) = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x = 0 \\ 3x + y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \begin{cases} x \geq -1 \\ y = 1 - 3x \end{cases} \end{cases}$	0,25
	* Với $x = 0$ thay vào (1) $2 + 2^{y-2} = 3 \cdot 2^y \Leftrightarrow 8 + 2^y = 12 \cdot 2^y \Leftrightarrow 2^y = \frac{8}{11} \Leftrightarrow y = \log_2 \frac{8}{11}$	0,25
	* Với $\begin{cases} x \geq -1 \\ y = 1 - 3x \end{cases}$ thay $y = 1 - 3x$ vào (1) ta được: $2^{3x+1} + 2^{-3x-1} = 3 \cdot 2$ Đặt $t = 2^{3x+1}$ Vì $x \geq -1$ nên $t \geq \frac{1}{4}$ (3) $\Leftrightarrow t + \frac{1}{t} = 6 \Leftrightarrow t^2 - 6t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 - \sqrt{8} \text{ (loại)} \\ t = 3 + \sqrt{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} [\log_2(3 + \sqrt{8}) - 1] \\ y = 2 - \log_2(3 + \sqrt{8}) \end{cases}$	0,25
	Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $\begin{cases} x = 0 \\ y = \log_2 \frac{8}{11} \end{cases}$ và $\begin{cases} x = \frac{1}{3} [\log_2(3 + \sqrt{8}) - 1] \\ y = 2 - \log_2(3 + \sqrt{8}) \end{cases}$	0,25

IV	Tính thể tích khối lăng trụ	1,00
		
<p>Gọi M là trung điểm của BC, gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên AA', Khi đó (P) ≡ (BCH). Do góc $\widehat{A'}AM$ nhọn nên H nằm giữa AA'. Thiết diện của lăng trụ cắt bởi (P) là tam giác BCH.</p>		0,25
<p>Do tam giác ABC đều cạnh a nên $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AO = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$</p> <p>Theo bài ra $S_{BCH} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8} \Rightarrow \frac{1}{2}HM \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{8} \Rightarrow HM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$</p>		0,25
<p>$AH = \sqrt{AM^2 - HM^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{16}} = \frac{3a}{4}$</p> <p>Do hai tam giác A'OAO và MAH đồng dạng nên $\frac{A'O}{AO} = \frac{HM}{AH}$</p> <p>suy ra $A'O = \frac{AO \cdot HM}{AH} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{3a} = \frac{a}{3}$</p>		0,25
<p>Thể tích khối lăng trụ: $V = A'O \cdot S_{ABC} = \frac{1}{2}A'O \cdot AM \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$</p>		0,25
V	Tìm giá trị lớn nhất ...	1,00
<p>Ta có $a^2 + b^2 \geq 2ab$, $b^2 + 1 \geq 2b \Rightarrow \frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} = \frac{1}{a^2 + b^2 + b^2 + 1 + 2} \leq \frac{1}{2} \frac{1}{ab + b + 1}$</p> <p>Tương tự $\frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} \leq \frac{1}{2} \frac{1}{bc + c + 1}$, $\frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3} \leq \frac{1}{2} \frac{1}{ca + a + 1}$</p>		0,50
<p>$P \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{ab + b + 1} + \frac{1}{bc + c + 1} + \frac{1}{ca + a + 1} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{ab + b + 1} + \frac{ab}{b + 1 + ab} + \frac{b}{1 + ab + b} \right) = \frac{1}{2}$</p>		0,25
<p>$P = \frac{1}{2}$ khi $a = b = c = 1$. Vậy P đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{2}$ khi $a = b = c = 1$.</p>		0,25
VIa.1	Viết phương trình đường tròn đi qua giao điểm của (E) và (P)	1,00
<p>Hoành độ giao điểm của (E) và (P) là nghiệm của phương trình</p> $\frac{x^2}{9} + (x^2 - 2x)^2 = 1 \Leftrightarrow 9x^4 - 36x^3 + 37x^2 - 9 = 0 (*)$		0,25
<p>Xét $f(x) = 9x^4 - 36x^3 + 37x^2 - 9$, $f(x)$ liên tục trên R có $f(-1)f(0) < 0$, $f(0)f(1) < 0$, $f(1)f(2) < 0$, $f(2)f(3) < 0$ suy ra (*) có 4 nghiệm phân biệt, do đó (E) cắt (P) tại 4 điểm phân biệt</p>		0,25
<p>Toạ độ các giao điểm của (E) và (P) thỏa mãn hệ $\begin{cases} y = x^2 - 2x \\ \frac{x^2}{9} + y^2 = 1 \end{cases}$</p>		0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x^2 - 16x = 8y \\ x^2 + 9y^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow 9x^2 + 9y^2 - 16x - 8y - 9 = 0 (**)$	
	(**) là phương trình của đường tròn có tâm $I = \left(\frac{8}{9}; \frac{4}{9}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{161}}{9}$ Do đó 4 giao điểm của (E) và (P) cùng nằm trên đường tròn có phương trình (**)	0,25
Vla.2	Viết phương trình mặt phẳng (β)...	1,00
	Do (β) // (α) nên (β) có phương trình $2x + 2y - z + D = 0$ ($D \neq 17$) Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 5$ Đường tròn có chu vi 6π nên có bán kính $r = 3$.	0,25
	Khoảng cách từ I tới (β) là $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$	0,25
	Do đó $\frac{ 2 \cdot 1 + 2(-2) - 3 + D }{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 4 \Leftrightarrow -5 + D = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -7 \\ D = 17 \text{ (loại)} \end{cases}$	0,25
	Vậy (β) có phương trình $2x + 2y - z - 7 = 0$	0,25
VII.a	Tìm hệ số của x^2...	1,00
	Ta có $I = \int_0^2 (1+x)^n dx = \int_0^2 (C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n) dx$ $= \left(C_n^0 x + \frac{1}{2} C_n^1 x^2 + \frac{1}{3} C_n^2 x^3 + \dots + \frac{1}{n+1} C_n^n x^{n+1} \right) \Big _0^2$	0,25
	suy ra $I = 2C_n^0 + \frac{2^2}{2} C_n^1 + \frac{2^3}{3} C_n^2 + \dots + \frac{2^{n+1}}{n+1} C_n^n$ (1)	
	Mặt khác $I = \frac{1}{n+1} (1+x)^{n+1} \Big _0^2 = \frac{3^{n+1} - 1}{n+1}$ (2)	
	Từ (1) và (2) ta có $2C_n^0 + \frac{2^2}{2} C_n^1 + \frac{2^3}{3} C_n^2 + \dots + \frac{2^{n+1}}{n+1} C_n^n = \frac{3^{n+1} - 1}{n+1}$	0,25
	Theo bài ra thì $\frac{3^{n+1} - 1}{n+1} = \frac{6560}{n+1} \Leftrightarrow 3^{n+1} = 6561 \Rightarrow n = 7$	
	Ta có khai triển $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt[4]{x}}\right)^7 = \sum_0^7 C_7^k (\sqrt{x})^{7-k} \left(\frac{1}{2\sqrt[4]{x}}\right)^k = \sum_0^7 \frac{1}{2^k} C_7^k x^{\frac{14-3k}{4}}$	0,25
	Số hạng chứa x^2 ứng với k thỏa mãn $\frac{14-3k}{4} = 2 \Leftrightarrow k = 2$	0,25
	Vậy hệ số cần tìm là $\frac{1}{2^2} C_7^2 = \frac{21}{4}$	
VII.b.1	Viết phương trình đường tròn	1,00
	Do $B \in d_1$ nên $B = (m; -m-5)$, $C \in d_2$ nên $C = (7-2n; n)$	0,25
	Do G là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} 2+m+7-2n=3.2 \\ 3-m-5+n=3.0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2n=-3 \\ -m+n=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ n=1 \end{cases}$	0,25
	Suy ra $B = (-1; -4)$, $C = (5; 1)$	
	Giả sử đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$. Do $A, B, C \in (C)$ nên ta có hệ	
	$\begin{cases} 4+9+4a+6b+c=0 \\ 1+16-2a-8b+c=0 \\ 25+1+10a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-83/54 \\ b=17/18 \\ c=-338/27 \end{cases}$	0,25
	Vậy (C) có phương trình $x^2 + y^2 - \frac{83}{27}x + \frac{17}{9}y - \frac{338}{27} = 0$	0,25

VIb.2	Tìm giá trị nhỏ nhất ...	1,00												
	<p>Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, suy ra $G = \left(\frac{7}{3}; \frac{8}{3}; 3\right)$</p> <p>Ta có $F = MA^2 + MB^2 + MC^2 = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2$ $= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$</p>	0,25												
	F nhỏ nhất $\Leftrightarrow MG^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của G lên (P)	0,25												
	$\Leftrightarrow MG = d(G, (P)) = \frac{ 7/3 - 8/3 - 3 - 3 }{\sqrt{1+1+1}} = \frac{19}{3\sqrt{3}}$	0,25												
	$GA^2 + GB^2 + GC^2 = \frac{56}{9} + \frac{32}{9} + \frac{104}{9} = \frac{64}{3}$	0,25												
	Vậy F nhỏ nhất bằng $3 \cdot \left(\frac{19}{3\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{64}{3} = \frac{553}{9}$ khi M là hình chiếu của G lên (P)													
VIIb	Giải hệ phương trình mũ	1,00												
	$\begin{cases} e^{x-y} + e^{x+y} = 2(x+1) \\ e^{x+y} = x-y+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{x-y} = x+y+1 \\ e^{x+y} = x-y+1 \end{cases}$ <p>Đặt $u = x + y$, $v = x - y$ ta có hệ $\begin{cases} e^v = u+1 \\ e^u = v+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^v = u+1 & (1) \\ e^u - e^v = v-u & (2) \end{cases}$</p>	0,25												
	<ul style="list-style-type: none"> - Nếu $u > v$ thì (2) có vế trái dương, vế phải âm nên (2) vô nghiệm - Tương tự nếu $u < v$ thì (2) vô nghiệm, nên (2) $\Leftrightarrow u = v$ 	0,25												
	<p>Thế vào (1) ta có $e^u = u+1$ (3). Xét $f(u) = e^u - u - 1$, $f'(u) = e^u - 1$</p> <p>Bảng biến thiên:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">u</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(u)$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(u)$</td> <td colspan="3" style="text-align: center; padding: 5px;">  </td> </tr> </tbody> </table>	u	$-\infty$	0	$+\infty$	$f'(u)$		-	+	$f(u)$				0,25
u	$-\infty$	0	$+\infty$											
$f'(u)$		-	+											
$f(u)$														
	Theo bảng biến thiên ta có $f(u) = 0 \Leftrightarrow u = 0$.													
	Do đó (3) có 1 nghiệm $u = 0 \Rightarrow v = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+y=0 \\ x-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$	0,25												
	Vậy hệ phương trình đã cho có một nghiệm (0; 0)													

PHẦN A : DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THI SINH .

Câu I (2,0 điểm) 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (c) của hàm số : $y = x^3 - 3x^2 + 2$

2) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình : $x^2 - 2x - 2 = \frac{m}{|x-1|}$

Câu II (2,0 điểm) 1) Giải phương trình : $\cos\left(\frac{11\pi}{4} - \frac{5x}{2}\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = \sqrt{2} \sin\left(\frac{3x}{2} + \frac{2009\pi}{2}\right)$

2) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 30x^2 - 9x^2y - 25y = 0 \\ 30y^2 - 9y^2z - 25z = 0 \\ 30z^2 - 9z^2x - 25x = 0 \end{cases}$$

Câu III(2,0 điểm) 1) Tính tích phân : $\int_{-1}^3 \frac{(x+4)dx}{3\sqrt{x+1} + x+3}$

2) Cho x , y , z là ba số thực thỏa mãn : $2^{-x} + 2^{-y} + 2^{-z} = 1$. Chứng minh rằng :

$$\frac{4^x}{2^x + 2^{y+z}} + \frac{4^y}{2^y + 2^{z+x}} + \frac{4^z}{2^z + 2^{x+y}} \geq \frac{2^x + 2^y + 2^z}{4}$$

Câu IV (1,0 điểm) :

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy , cạnh bên SB tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Trên cạnh SA lấy điểm M sao cho

$AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, mặt phẳng (BCM) cắt cạnh SD tại N . Tính thể tích khối chóp S.BCNM .

PHẦN B (THÍ SINH CHỈ ĐƯỢC LÀM MỘT TRONG HAI PHẦN (PHẦN 1 HOẶC PHẦN 2)

PHẦN 1 (Dành cho học sinh học theo chương trình chuẩn)

Câu V.a (2,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng :

$$d_1 : \frac{x-2}{4} = \frac{y}{-6} = \frac{z+1}{-8} ; \quad d_2 : \frac{x-7}{-6} = \frac{y-2}{9} = \frac{z}{12}$$

1) Chứng minh rằng d_1 và d_2 song song . Viết phương trình mặt phẳng (P) qua d_1 và d_2 .

2) Cho điểm A(1;-1;2) , B(3 ; - 4;-2). Tìm điểm I trên đường thẳng d_1 sao cho $IA + IB$ đạt giá trị nhỏ nhất

Câu VI.a (1.0điểm) Giải phương trình : $\log_9(x+1)^2 + \log_{\sqrt{3}} 2 = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{4-x} + \log_{27}(x+4)^3$

PHẦN 2 (Dành cho học sinh học chương trình nâng cao)

Câu V.b (2,0điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng :

$$D_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2} , \quad D_2 : \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$$

1) Chứng minh rằng D_1 chéo D_2 . Viết phương trình đường vuông góc chung của D_1 và D_2

2) Viết phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn vuông góc chung của D_1 và D_2

Câu VI.b (1,0 điểm) Cho phương trình : $\log_5^2 x + 2\sqrt{\log_5^2 x + 1} - m - 2 = 0$, (m là tham số) .

Tìm các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 5^{\sqrt{3}}]$

.....Hết

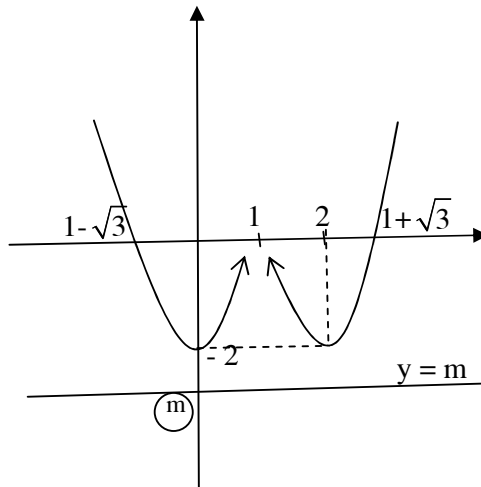
Giám thị coi thi không giải thích gì thêm .

Hướng dẫn giải :

Phần A : Dành cho tất cả các thí sinh

Câu I : 1) (Thí sinh tự khảo sát và vẽ đồ thị)

2) Đồ thị hàm số $y = (x^2 - 2x - 2)|x - 1|$, với $x \neq 1$ có dạng như hình vẽ :



Dựa vào đồ thị ta có : *) Nếu $m < -2$: Phương trình vô nghiệm

*) Nếu $m = -2$: Phương trình có hai nghiệm

*) Nếu $-2 < m < 0$: Phương trình có 4 nghiệm phân biệt

*) nếu $m \geq 0$: Phương trình có hai nghiệm phân biệt

Câu II : 1) $\cos\left(\frac{11\pi}{4} - \frac{5x}{2}\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = \sqrt{2} \sin\left(\frac{3x}{2} + \frac{2009\pi}{2}\right)$ (1)

$$(1) \Leftrightarrow \sin\left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = \sqrt{2} \cos\frac{3x}{2} \Leftrightarrow -2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\frac{3x}{2} = \sqrt{2} \cos\frac{3x}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos\frac{3x}{2} = 0 \text{ hoặc } \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} . \text{ Giải các phương trình cơ bản tìm được nghiệm :}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} , x = \frac{\pi}{2} + k2\pi , x = k2\pi$$

2) Ta có
$$\begin{cases} 30x^2 - 9x^2y - 25y = 0 \\ 30y^2 - 9y^2z - 25z = 0 \\ 30z^2 - 9z^2x - 25x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{30x^2}{9x^2 + 25} \\ z = \frac{30y^2}{9y^2 + 25} \\ x = \frac{30z^2}{9z^2 + 25} \end{cases} \quad (2) . \text{ Từ hệ ta có } x, y, z \text{ không âm}$$

*) Nếu $x = 0$ thì $y = z = 0$ suy ra $(0; 0; 0)$ là nghiệm của hệ

*) Nếu $x > 0, y > 0, z > 0$. Xét hàm số : $f(t) = \frac{30t^2}{9t^2 + 25}, t > 0$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{1500t}{(9t^2 + 25)^2} > 0 \text{ với mọi } t > 0 .$$

Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

$$\text{Hệ (2) được viết lại } \begin{cases} y = f(x) \\ z = f(y) \\ x = f(z) \end{cases} .$$

Từ tính đồng biến của hàm f ta dễ dàng suy ra $x = y = z$. Thay vào hệ phương trình

$$\text{Ta được nghiệm } x = y = z = \frac{5}{3} .$$

Nghiệm của hệ là $\left\{ (0;0;0), \left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{5}{3} \right) \right\}$

Câu III 1) Tính tích phân $I = \int_{-1}^3 \frac{(x+4)dx}{3\sqrt{x+1} + x+3}$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+1} \text{ . Ta có } I = \int_0^2 (2t-6)dt + \int_0^2 \frac{20t+12}{t^2+3t+2} dt = (t^2-6t) \Big|_0^2 + \int_0^2 \frac{20t+12}{t^2+3t+2} dt$$

$$= -8 + \int_0^2 \frac{28}{t+2} dt - \int_0^2 \frac{8}{t+1} dt = -8 + 28 \ln 2 - 8 \ln 3$$

2) Cho x, y, z là ba số thực thỏa mãn : $2^{-x} + 2^{-y} + 2^{-z} = 1$. Chứng minh rằng :

$$\frac{4^x}{2^x + 2^{y+z}} + \frac{4^y}{2^y + 2^{z+x}} + \frac{4^z}{2^z + 2^{x+y}} \geq \frac{2^x + 2^y + 2^z}{4}$$

Đặt $2^x = a, 2^y = b, 2^z = c$. Từ giả thiết ta có : $ab + bc + ca = abc$

Bất đẳng thức cần chứng minh có dạng : $\frac{a^2}{a+bc} + \frac{b^2}{b+ca} + \frac{c^2}{c+ab} \geq \frac{a+b+c}{4}$ (*)

$$(*) \Leftrightarrow \frac{a^3}{a^2+abc} + \frac{b^3}{b^2+abc} + \frac{c^3}{c^2+abc} \geq \frac{a+b+c}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^3}{(a+b)(a+c)} + \frac{b^3}{(b+c)(b+a)} + \frac{c^3}{(c+a)(c+b)} \geq \frac{a+b+c}{4}$$

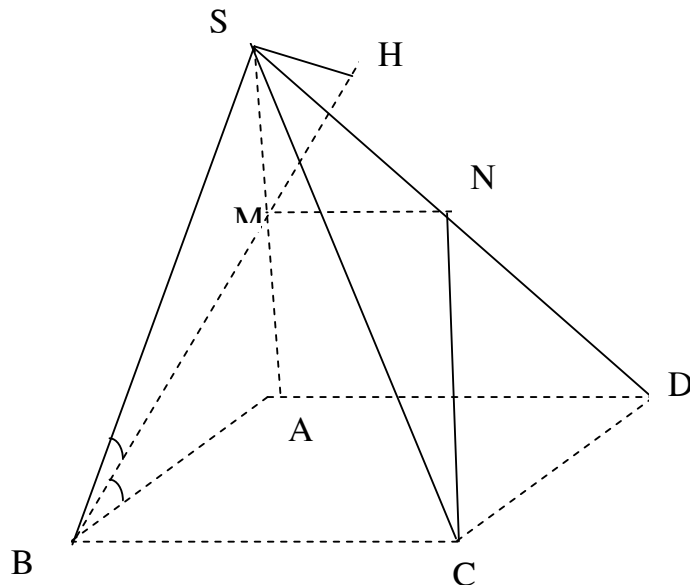
$$\text{Ta có } \frac{a^3}{(a+b)(a+c)} + \frac{a+b}{8} + \frac{a+c}{8} \geq \frac{3}{4}a \quad (1) \quad (\text{Bất đẳng thức Cô si})$$

$$\text{Tương tự } \frac{b^3}{(b+c)(b+a)} + \frac{b+c}{8} + \frac{b+a}{8} \geq \frac{3}{4}b \quad (2)$$

$$\frac{c^3}{(c+a)(c+b)} + \frac{c+a}{8} + \frac{c+b}{8} \geq \frac{3}{4}c \quad (3)$$

Cộng vế với vế các bất đẳng thức (1), (2), (3) suy ra điều phải chứng minh

Câu IV :



Tính thể tích hình chóp SBCM

(BCM) // AD nên mặt phẳng này cắt mp(SAD) theo giao tuyến MN // AD

Ta có : $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp BM$. Tứ giác BCMN là hình thang vuông có BM là đường cao

Ta có $SA = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$, $\frac{MN}{AD} = \frac{SM}{SA} \Leftrightarrow \frac{MN}{2a} = \frac{a\sqrt{3} - \frac{a\sqrt{3}}{3}}{a\sqrt{3}} = \frac{2}{3}$

Suy ra $MN = \frac{4a}{3}$. $BM = \frac{2a}{\sqrt{3}}$ Diện tích hình thang BCMN là :

$$S = \frac{BC+MN}{2} \cdot BM = \left(\frac{2a + \frac{4a}{3}}{2} \right) \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{10a^2}{3\sqrt{3}}$$

Hạ $AH \perp BM$. Ta có $SH \perp BM$ và $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SH$. Vậy $SH \perp (BCNM) \Rightarrow SH$ là đường cao của khối chóp SBCNM

Trong tam giác SBA ta có $SB = 2a$, $\frac{AB}{SB} = \frac{AM}{MS} = \frac{1}{2}$.

Vậy BM là phân giác của góc SBA $\Rightarrow \angle SBH = 30^\circ \Rightarrow SH = SB \cdot \sin 30^\circ = a$

Gọi V là thể tích chóp SBCNM ta có $V = \frac{1}{3} SH \cdot (dtBCNM) = \frac{10\sqrt{3}a^3}{27}$

Phần B. (Thí sinh chỉ được làm phần I hoặc phần II)

Phần I. (Dành cho thí sinh học chương trình chuẩn)

Câu V.a.1 Véc tơ chỉ phương của hai đường thẳng lần lượt là: $\vec{u}_1(4; -6; -8)$
 $\vec{u}_2(-6; 9; 12)$

+) \vec{u}_1 và \vec{u}_2 cùng phương

+) $M(2; 0; -1) \in d_1; M(2; 0; -1) \notin d_2$

Vậy $d_1 // d_2$

*) Véc tơ pháp tuyến của mp (P) là $\vec{n} = (5; -22; 19)$

(P): $5x - 22y + 19z + 9 = 0$

2) $\vec{AB} = (2; -3; -4); AB // d_1$

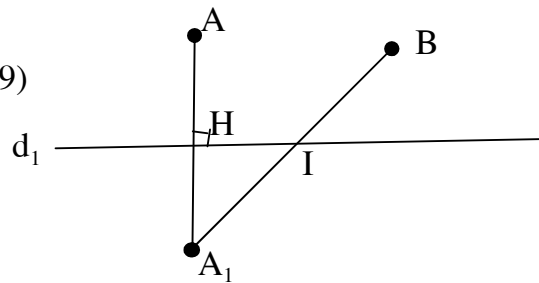
Gọi A_1 là điểm đối xứng của A qua d_1

Ta có: $IA + IB = IA_1 + IB \geq A_1B$

$IA + IB$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng A_1B

Khi A_1, I, B thẳng hàng $\Rightarrow I$ là giao điểm của A_1B và d

Do $AB // d_1$ nên I là trung điểm của A_1B .



*) Gọi H là hình chiếu của A lên d_1 . Tìm được $H\left(\frac{36}{29}; \frac{33}{29}; \frac{15}{29}\right)$

A' đối xứng với A qua H nên $A'\left(\frac{43}{29}; \frac{95}{29}; -\frac{28}{29}\right)$

I là trung điểm của $A'B$ suy ra $I\left(\frac{65}{29}; \frac{-21}{58}; \frac{-43}{29}\right)$

Câu VI a) $\log_9(x+1)^2 + \log_{\sqrt{3}} 2 = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{4-x} + \log_{27}(x+4)^3$ (1)

ĐK: $\begin{cases} -4 < x < 4 \\ x \neq -1 \end{cases}$

(1) $\Leftrightarrow \log_3(x+1) + \log_3 4 = \log_3(4-x) + \log_3(x+4)$

$\Leftrightarrow \log_3 4|x+1| = \log_3(16-x^2) \Leftrightarrow 4|x+1| = 16-x^2$

Giải phương trình tìm được $x = 2$ hoặc $x = 2 - \sqrt{24}$

Phần II.

Câu V. b. 1) Các véc tơ chỉ phương của D_1 và D_2 lần lượt là $\vec{u}_1(1; -1; 2)$ và $\vec{u}_2(-2; 0; 1)$

*) Có $M(2; 1; 0) \in D_1; N(2; 3; 0) \in D_2$

Xét $[\vec{u}_1; \vec{u}_2] \cdot \vec{MN} = -10 \neq 0$

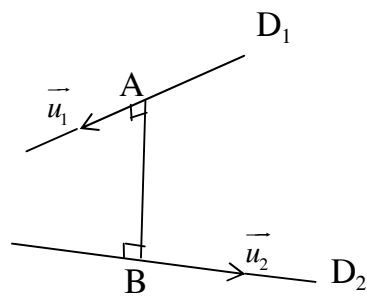
Vậy D_1 chéo D_2

*) Gọi $A(2+t; 1-t; 2t) \in D_1$

$B(2-2t'; 3; t') \in D_2$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{3} \\ t' = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A\left(\frac{5}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right); B(2; 3; 0)$$



Đường thẳng Δ qua hai điểm A, B là đường vuông góc chung của D_1 và D_2 .

$$\text{Ta có } \Delta : \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+5t \\ z = 2t \end{cases}$$

*) Phương trình mặt cầu nhận đoạn AB là đường kính có dạng:

$$\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{6}$$

b.2) Đặt $t = \sqrt{\log_5^2 x + 1}$ ta thấy nếu $x \in [1; 5^{\sqrt{3}}]$ thì $t \in [1; 2]$

Phương trình có dạng: $t^2 + 2t - m - 3 = 0; t \in [1; 2]$

$$\Leftrightarrow t^2 + 2t - 3 = m; t \in [1; 2]$$

Lập bất phương trình hàm $f(t) = t^2 + 2t - 3$ trên $[1; 2]$ ta được $0 \leq f(t) \leq 5$

ĐK của m là: $0 \leq m \leq 5$

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7 điểm)**Câu I:** (2 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Cho M là điểm bất kì trên (C). Tiếp tuyến của (C) tại M cắt các đường tiệm cận của (C) tại A và B. Gọi I là giao điểm của các đường tiệm cận. Tìm tọa độ điểm M sao cho đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có diện tích nhỏ nhất.

Câu II (2 điểm)

1. Giải phương trình $1 + \sin \frac{x}{2} \sin x - \cos \frac{x}{2} \sin^2 x = 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right)$
2. Giải bất phương trình $\log_2(4x^2 - 4x + 1) - 2x > 2 - (x+2) \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2} - x \right)$

Câu III (1 điểm)

Tính tích phân $I = \int_1^e \left(\frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} + 3x^2 \ln x \right) dx$

Câu IV (1 điểm)

Cho hình chóp S.ABC có $AB = AC = a$. $BC = \frac{a}{2}$. $SA = a\sqrt{3}$, $\angle SAB = \angle SAC = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp S.ABC.

Câu V (1 điểm) Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn $a + b + c = \frac{3}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức $P = \frac{1}{\sqrt[3]{a+3b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b+3c}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c+3a}}$

PHẦN RIÊNG (3 điểm) Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần: Phần 1 hoặc phần 2**PHẦN 1: (Theo chương trình Chuẩn)****Câu VIa** (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho cho hai đường thẳng $d_1: 2x - y + 5 = 0$. $d_2: 3x + 6y - 7 = 0$. Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm P(2; -1) sao cho đường thẳng đó cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 tạo ra một tam giác cân có đỉnh là giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 .
2. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho 4 điểm A(1; -1; 2), B(1; 3; 2), C(4; 3; 2), D(4; -1; 2) và mặt phẳng (P) có phương trình: $x + y + z - 2 = 0$. Gọi A' là hình chiếu của A lên mặt phẳng Oxy. Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm A', B, C, D. Xác định tọa độ tâm và bán kính của đường tròn (C) là giao của (P) và (S).

Câu VIIa (1 điểm)

Tìm số nguyên dương n biết:

$$2C_{2n+1}^2 - 3.2.C_{2n+1}^3 + \dots + (-1)^k k(k-1)2^{k-2} C_{2n+1}^k + \dots - 2n(2n+1)2^{2n-1} C_{2n+1}^{2n+1} = -40200$$

PHẦN 2: (Theo chương trình Nâng cao)

Câu VIb (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho Hypebol (H) có phương trình: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Viết phương trình chính tắc của elip (E) có tiêu điểm trùng với tiêu điểm của (H) và ngoại tiếp hình chữ nhật cơ sở của (H).

2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho (P): $x + 2y - z + 5 = 0$ và đường thẳng (d): $\frac{x+3}{2} = y+1 = z-3$, điểm $A(-2; 3; 4)$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trên (P) đi qua giao điểm của (d) và (P) đồng thời vuông góc với d . Tìm trên Δ điểm M sao cho khoảng cách AM ngắn nhất.

Câu VIIb (1 điểm):

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2^{3x+1} + 2^{y-2} = 3 \cdot 2^{y+3x} \\ \sqrt{3x^2 + 1 + xy} = \sqrt{x+1} \end{cases}$$

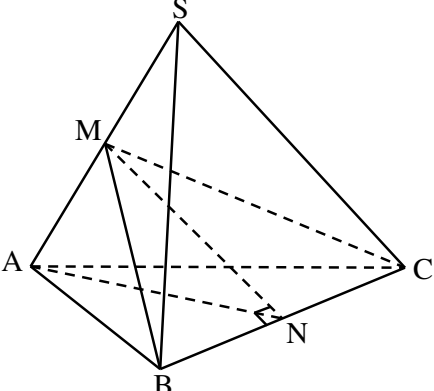
----- Hết -----

Chú ý: Thí sinh dự thi khối B và D không phải làm câu V

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh:----- Số báo danh:-----

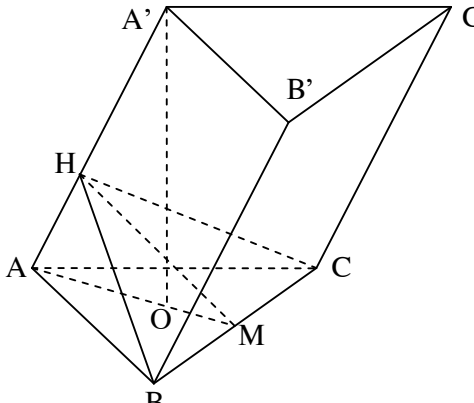
	<p>Toạ độ giao điểm A, B của (Δ) và hai tiệm cận là: $A\left(2; \frac{2x_0-2}{x_0-2}\right); B(2x_0-2; 2)$</p> <p>Ta thấy $\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+2x_0-2}{2} = x_0 = x_M, \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2x_0-3}{x_0-2} = y_M$ suy ra M là trung điểm của AB.</p>	0,25
	<p>Mặt khác I = (2; 2) và tam giác IAB vuông tại I nên đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có diện tích</p> $S = \pi IM^2 = \pi \left[(x_0 - 2)^2 + \left(\frac{2x_0 - 3}{x_0 - 2} - 2 \right)^2 \right] = \pi \left[(x_0 - 2)^2 + \frac{1}{(x_0 - 2)^2} \right] \geq 2\pi$	0,25
	<p>Dấu “=” xảy ra khi $(x_0 - 2)^2 = \frac{1}{(x_0 - 2)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = 3 \end{cases}$</p> <p>Do đó có hai điểm M cần tìm là M(1; 1) và M(3; 3)</p>	0,25
II. 1	Giải phương trình lượng giác	1 điểm
	$1 + \sin \frac{x}{2} \sin x - \cos \frac{x}{2} \sin^2 x = 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right) \quad (1)$	0,25
	$(1) \Leftrightarrow 1 + \sin \frac{x}{2} \sin x - \cos \frac{x}{2} \sin^2 x = 1 + \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = 1 + \sin x$	0,25
	$\Leftrightarrow \sin x \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \sin x - 1 \right) = 0 \Leftrightarrow \sin x \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \cdot 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - 1 \right) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \sin x \left(\sin \frac{x}{2} - 1 \right) \left(2 \sin^2 \frac{x}{2} + 2 \sin \frac{x}{2} + 1 \right) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin \frac{x}{2} = 1 \\ 2 \sin^2 \frac{x}{2} + 2 \sin \frac{x}{2} + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pi + k4\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$	0,25
II. 2	Giải bất phương trình.....	1 điểm
	$\text{ĐK: } \begin{cases} \frac{1}{2} - x > 0 \\ 4x^2 - 4x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ (2x - 1)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x < \frac{1}{2} \quad (*)$	0,25
	<p>Với điều kiện (*) bất phương trình tương đương với:</p> $2 \log_2(1 - 2x) - 2x > 2 + (x + 2)[\log_2(1 - 2x) - 1]$ $\Leftrightarrow x[\log_2(1 - 2x) + 1] < 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x > 0 \\ \log_2(1 - 2x) + 1 < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x < 0 \\ \log_2(1 - 2x) + 1 > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 2(1 - 2x) < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x < 0 \\ \log_2 2(1 - 2x) > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x > 0 \\ 2(1 - 2x) < 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x < 0 \\ 2(1 - 2x) > 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{4} \\ x < 0 \end{cases}$	0,25
	<p>Kết hợp với điều kiện (*) ta có: $\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}$ hoặc $x < 0$.</p>	0,25

III	Tích tích phân.....	1 điểm
	$I = \int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} dx + 3 \int_1^e x^2 \ln x dx$ <p>+) Tính $I_1 = \int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} dx$. Đặt $t = \sqrt{1+\ln x} \Rightarrow t^2 = 1+\ln x; 2tdt = \frac{1}{x} dx$</p> <p>Đổi cận: $x=1 \Rightarrow t=1; x=e \Rightarrow t=\sqrt{2}$</p>	0,25
	$I_1 = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{(t^2-1)}{t} \cdot 2tdt = 2 \int_1^{\sqrt{2}} (t^2-1) dt = 2 \left(\frac{t^3}{3} - t \right) \Big _1^{\sqrt{2}} = \frac{2(2-\sqrt{2})}{3}$	0,25
	<p>+) Tính $I_2 = \int_1^e x^2 \ln x dx$. Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^3}{3} \end{cases}$</p>	0,25
	$I_2 = \frac{x^3}{3} \cdot \ln x \Big _1^e - \frac{1}{3} \int_1^e x^2 dx = \frac{e^3}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{x^3}{3} \Big _1^e = \frac{e^3}{3} - \frac{e^3}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2e^3+1}{9}$	0,25
	$I = I_1 + 3I_2 = \frac{5-2\sqrt{2}+2e^3}{3}$	0,25
IV	Tính thể tích hình chóp	1 điểm
		
	<p>Theo định lí côsin ta có:</p> $SB^2 = SA^2 + AB^2 - 2SA \cdot AB \cdot \cos \sphericalangle SAB = 3a^2 + a^2 - 2 \cdot a\sqrt{3} \cdot a \cdot \cos 30^\circ = a^2$ <p>Suy ra $SB = a$. Tương tự ta cũng có $SC = a$.</p>	0,25
	<p>Gọi M là trung điểm của SA, do hai tam giác SAB và SAC là hai tam giác cân nên $MB \perp SA, MC \perp SA$. Suy ra $SA \perp (MBC)$.</p> <p>Ta có $V_{S.ABC} = V_{S.MBC} + V_{A.MBC} = \frac{1}{3} MA \cdot S_{MBC} + \frac{1}{3} SA \cdot S_{MBC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{MBC}$</p>	0,25
	<p>Hai tam giác SAB và SAC có ba cặp cạnh tương ứng bằng nhau nên chúng bằng nhau. Do đó $MB = MC$ hay tam giác MBC cân tại M. Gọi N là trung điểm của BC suy ra $MN \perp BC$. Tương tự ta cũng có $MN \perp SA$.</p> $MN^2 = AN^2 - AM^2 = AB^2 - BN^2 - AM^2 = a^2 - \left(\frac{a}{4}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{16} \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{3}}{4}$	0,25
	<p>Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} MN \cdot BC = \frac{1}{6} a\sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3}{16}$</p>	0,25

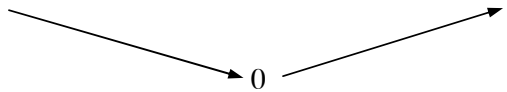
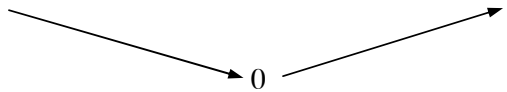
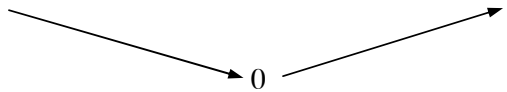
V	Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức	1 điểm
	<p>Áp dụng Bất đẳng thức Côsi cho ba số dương ta có</p> $(x + y + z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 3\sqrt[3]{xyz} \cdot \frac{3}{\sqrt[3]{xyz}} = 9 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x + y + z} (*)$ <p>áp dụng (*) ta có $P = \frac{1}{\sqrt[3]{a+3b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b+3c}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c+3a}} \geq \frac{9}{\sqrt[3]{a+3b} + \sqrt[3]{b+3c} + \sqrt[3]{c+3a}}$</p>	0,25
	<p>Áp dụng Bất đẳng thức Côsi cho ba số dương ta có</p> $\sqrt[3]{(a+3b)1.1} \leq \frac{a+3b+1+1}{3} = \frac{1}{3}(a+3b+2)$ $\sqrt[3]{(b+3c)1.1} \leq \frac{b+3c+1+1}{3} = \frac{1}{3}(b+3c+2)$ $\sqrt[3]{(c+3a)1.1} \leq \frac{c+3a+1+1}{3} = \frac{1}{3}(c+3a+2)$	0,25
	<p>Suy ra $\sqrt[3]{a+3b} + \sqrt[3]{b+3c} + \sqrt[3]{c+3a} \leq \frac{1}{3}[4(a+b+c)+6] \leq \frac{1}{3}\left[4 \cdot \frac{3}{4} + 6\right] = 3$</p> <p>Do đó $P \geq 3$</p>	0,25
	<p>Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c = \frac{3}{4} \\ a+3b = b+3c = c+3a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{4}$</p> <p>Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 3 khi $a = b = c = 1/4$</p>	0,25
Via.1	Lập phương trình đường thẳng	1 điểm
	<p>Cách 1: d_1 có vectơ chỉ phương $\vec{a}_1(2;-1)$; d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{a}_2(3;6)$</p> <p>Ta có: $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = 2 \cdot 3 - 1 \cdot 6 = 0$ nên $d_1 \perp d_2$ và d_1 cắt d_2 tại một điểm I khác P. Gọi d là đường thẳng đi qua P(2; -1) có phương trình:</p> $d: A(x-2) + B(y+1) = 0 \Leftrightarrow Ax + By - 2A + B = 0$	0,25
	<p>d cắt d_1, d_2 tạo ra một tam giác cân có đỉnh I khi và chỉ khi d tạo với d_1 (hoặc d_2) một góc 45°</p> $\Leftrightarrow \frac{ 2A - B }{\sqrt{A^2 + B^2} \sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \cos 45^\circ \Leftrightarrow 3A^2 - 8AB - 3B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 3B \\ B = -3A \end{cases}$	0,25
	<p>* Nếu $A = 3B$ ta có đường thẳng $d: 3x + y - 5 = 0$</p>	0,25
	<p>* Nếu $B = -3A$ ta có đường thẳng $d: x - 3y - 5 = 0$</p> <p>Vậy qua P có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán. $d: 3x + y - 5 = 0$ $d: x - 3y - 5 = 0$</p>	0,25
	<p>Cách 2: Gọi d là đường thẳng cần tìm, khi đó d song song với đường phân giác ngoài của đỉnh I là giao điểm của d_1, d_2 của tam giác đã cho.</p> <p>Các đường phân giác của góc tạo bởi d_1, d_2 có phương trình</p> $\frac{ 2x - y + 5 }{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{ 3x + 6y - 7 }{\sqrt{3^2 + 6^2}} \Leftrightarrow 3 2x - y + 5 = 3x + 6y - 7 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 9y + 22 = 0 & (\Delta_1) \\ 9x + 3y + 8 = 0 & (\Delta_2) \end{cases}$	0,25
	<p>+) Nếu $d // \Delta_1$ thì d có phương trình $3x - 9y + c = 0$.</p> <p>Do $P \in d$ nên $6 + 9 + c = 0 \Leftrightarrow c = -15 \Rightarrow d: x - 3y - 5 = 0$</p>	0,25
	<p>+) Nếu $d // \Delta_2$ thì d có phương trình $9x + 3y + c = 0$.</p> <p>Do $P \in d$ nên $18 - 3 + c = 0 \Leftrightarrow c = -15 \Rightarrow d: 3x + y - 5 = 0$</p>	0,25
	<p>Vậy qua P có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán. $d: 3x + y - 5 = 0$ $d: x - 3y - 5 = 0$</p>	0,25

VIa. 2	Xác định tâm và bán kính của đường tròn.....	1 điểm
	Dễ thấy A' (1; -1; 0) * Giả sử phương trình mặt cầu (S) đi qua A', B, C, D là:	0,25
	$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0, \quad (a^2 + b^2 + c^2 - d > 0)$ <p>Vì A', B, C, D ∈ (S) nên ta có hệ: $\begin{cases} 2a - 2b + d + 2 = 0 \\ 2a + 6b + 4c + d + 14 = 0 \\ 8a + 6b + 4c + d + 29 = 0 \\ 8a - 2b + 4c + d - 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{2} \\ b = -1 \\ c = -1 \\ d = -1 \end{cases}$</p> Vậy mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 5x - 2y - 2z + 1 = 0$	0,25
	(S) có tâm I $\left(\frac{5}{2}; 1; 1\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{29}}{2}$ +) Gọi H là hình chiếu của I lên (P). H là tâm của đường tròn (C) +) Gọi (d) là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P). (d) có vectơ chỉ phương là: $\vec{n}(1; 1; 1)$ Suy ra phương trình của d: $\begin{cases} x = 5/2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{5}{2} + t; 1 + t; 1 + t\right)$ Do H = (d) ∩ (P) nên: $\frac{5}{2} + t + 1 + t + 1 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow 3t = -\frac{5}{2} \Leftrightarrow t = -\frac{5}{6} \Rightarrow H\left(\frac{5}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{6}\right)$	0,25
	$IH = \sqrt{\frac{75}{36}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}, \quad (C) \text{ có bán kính } r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{\frac{29}{4} - \frac{75}{36}} = \sqrt{\frac{31}{6}} = \frac{\sqrt{186}}{6}$	0,25
VII a.	Tìm số nguyên dương n biết.....	1 điểm
	* Xét $(1-x)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 - C_{2n+1}^1 x + C_{2n+1}^2 x^2 - \dots + (-1)^k C_{2n+1}^k x^k + \dots - C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1}$ (1) * Lấy đạo hàm cả hai vế của (1) ta có: $-(2n+1)(1-x)^{2n} = -C_{2n+1}^1 + 2C_{2n+1}^2 x - \dots + (-1)^k k C_{2n+1}^k x^{k-1} + \dots - (2n+1)C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n}$ (2)	0,25
	Lại lấy đạo hàm cả hai vế của (2) ta có: $2n(2n+1)(1-x)^{2n-1} = 2C_{2n+1}^2 - 3C_{2n+1}^3 x + \dots + (-1)^k k(k-1)C_{2n+1}^k x^{k-2} + \dots - 2n(2n+1)C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n-1}$	0,25
	Thay x = 2 vào đẳng thức trên ta có: $-2n(2n+1) = 2C_{2n+1}^2 - 3.2.2C_{2n+1}^3 + \dots + (-1)^k k(k-1)2^{k-2} C_{2n+1}^k + \dots - 2n(2n+1)2^{2n-1} C_{2n+1}^{2n+1}$	0,25
	Phương trình đã cho $\Leftrightarrow 2n(2n+1) = 40200 \Leftrightarrow 2n^2 + n - 20100 = 0 \Leftrightarrow n = 100$	0,25
VIb.1	Viết phương trình chính tắc của E líp	1 điểm
	(H) có các tiêu điểm $F_1(-5; 0); F_2(5; 0)$. Hình chữ nhật cơ sở của (H) có một đỉnh là M(4; 3).	0,25
	Giả sử phương trình chính tắc của (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (với a > b) (E) cũng có hai tiêu điểm $F_1(-5; 0); F_2(5; 0) \Rightarrow a^2 - b^2 = 5^2$ (1)	0,25
	$M(4; 3) \in (E) \Leftrightarrow 9a^2 + 16b^2 = a^2 b^2$ (2)	
	Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} a^2 = 5^2 + b^2 \\ 9a^2 + 16b^2 = a^2 b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 40 \\ b^2 = 15 \end{cases}$	0,25
	Vậy phương trình chính tắc của (E) là: $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{15} = 1$	0,25

VIIb. 2	Tìm điểm M thuộc Δ để AM ngắn nhất	1 điểm
	Chuyển phương trình d về dạng tham số ta được: $\begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = t - 1 \\ z = t + 3 \end{cases}$ Gọi I là giao điểm của (d) và (P) $\Rightarrow I(2t - 3; t - 1; t + 3)$ Do $I \in (P) \Rightarrow 2t - 3 + 2(t - 1) - (t + 3) + 5 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow I(-1; 0; 4)$	0,25
	* (d) có vectơ chỉ phương là $\vec{a}(2; 1; 1)$, mp(P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1; 2; -1)$ $\Rightarrow [\vec{a}, \vec{n}] = (-3; 3; 3)$. Gọi \vec{u} là vectơ chỉ phương của $\Delta \Rightarrow \vec{u}(-1; 1; 1)$	0,25
	$\Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = 1 - u \\ y = u \\ z = 4 + u \end{cases}$. Vì $M \in \Delta \Rightarrow M(-1 - u; u; 4 + u)$, $\Rightarrow \overline{AM}(1 - u; u - 3; u)$	0,25
	AM ngắn nhất $\Leftrightarrow AM \perp \Delta \Leftrightarrow \overline{AM} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overline{AM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow -1(1 - u) + 1(u - 3) + 1 \cdot u = 0$ $\Leftrightarrow u = \frac{4}{3}$. Vậy $M\left(\frac{-7}{3}; \frac{4}{3}; \frac{16}{3}\right)$	0,25
VIIb	Giải hệ phương trình:.....	1 điểm
	$\begin{cases} 2^{3x+1} + 2^{y-2} = 3 \cdot 2^{y+3x} & (1) \\ \sqrt{3x^2 + 1 + xy} = \sqrt{x+1} & (2) \end{cases}$ Phương trình (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 3x^2 + 1 + xy = x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x(3x + y - 1) = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x = 0 \\ 3x + y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \begin{cases} x \geq -1 \\ y = 1 - 3x \end{cases} \end{cases}$	0,25
	* Với $x = 0$ thay vào (1) $2 + 2^{y-2} = 3 \cdot 2^y \Leftrightarrow 8 + 2^y = 12 \cdot 2^y \Leftrightarrow 2^y = \frac{8}{11} \Leftrightarrow y = \log_2 \frac{8}{11}$	0,25
	* Với $\begin{cases} x \geq -1 \\ y = 1 - 3x \end{cases}$ thay $y = 1 - 3x$ vào (1) ta được: $2^{3x+1} + 2^{-3x-1} = 3 \cdot 2$ Đặt $t = 2^{3x+1}$ Vì $x \geq -1$ nên $t \geq \frac{1}{4}$ (3) $\Leftrightarrow t + \frac{1}{t} = 6 \Leftrightarrow t^2 - 6t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 - \sqrt{8} \text{ (loại)} \\ t = 3 + \sqrt{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} [\log_2(3 + \sqrt{8}) - 1] \\ y = 2 - \log_2(3 + \sqrt{8}) \end{cases}$	0,25
	Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $\begin{cases} x = 0 \\ y = \log_2 \frac{8}{11} \end{cases}$ và $\begin{cases} x = \frac{1}{3} [\log_2(3 + \sqrt{8}) - 1] \\ y = 2 - \log_2(3 + \sqrt{8}) \end{cases}$	0,25

IV	Tính thể tích khối lăng trụ	1,00
		
<p>Gọi M là trung điểm của BC, gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên AA', Khi đó (P) ≡ (BCH). Do góc $\widehat{A'}AM$ nhọn nên H nằm giữa AA'. Thiết diện của lăng trụ cắt bởi (P) là tam giác BCH.</p>		0,25
<p>Do tam giác ABC đều cạnh a nên $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AO = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$</p> <p>Theo bài ra $S_{BCH} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8} \Rightarrow \frac{1}{2}HM \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{8} \Rightarrow HM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$</p>		0,25
<p>$AH = \sqrt{AM^2 - HM^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{16}} = \frac{3a}{4}$</p> <p>Do hai tam giác A'OAO và MAH đồng dạng nên $\frac{A'O}{AO} = \frac{HM}{AH}$</p> <p>suy ra $A'O = \frac{AO \cdot HM}{AH} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{3a} = \frac{a}{3}$</p>		0,25
<p>Thể tích khối lăng trụ: $V = A'O \cdot S_{ABC} = \frac{1}{2}A'O \cdot AM \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$</p>		0,25
V	Tìm giá trị lớn nhất ...	1,00
<p>Ta có $a^2 + b^2 \geq 2ab$, $b^2 + 1 \geq 2b \Rightarrow \frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} = \frac{1}{a^2 + b^2 + b^2 + 1 + 2} \leq \frac{1}{2} \frac{1}{ab + b + 1}$</p> <p>Tương tự $\frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} \leq \frac{1}{2} \frac{1}{bc + c + 1}$, $\frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3} \leq \frac{1}{2} \frac{1}{ca + a + 1}$</p>		0,50
<p>$P \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{ab + b + 1} + \frac{1}{bc + c + 1} + \frac{1}{ca + a + 1} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{ab + b + 1} + \frac{ab}{b + 1 + ab} + \frac{b}{1 + ab + b} \right) = \frac{1}{2}$</p>		0,25
<p>$P = \frac{1}{2}$ khi $a = b = c = 1$. Vậy P đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{2}$ khi $a = b = c = 1$.</p>		0,25
VIa.1	Viết phương trình đường tròn đi qua giao điểm của (E) và (P)	1,00
<p>Hoành độ giao điểm của (E) và (P) là nghiệm của phương trình</p> $\frac{x^2}{9} + (x^2 - 2x)^2 = 1 \Leftrightarrow 9x^4 - 36x^3 + 37x^2 - 9 = 0 (*)$		0,25
<p>Xét $f(x) = 9x^4 - 36x^3 + 37x^2 - 9$, $f(x)$ liên tục trên R có $f(-1)f(0) < 0$, $f(0)f(1) < 0$, $f(1)f(2) < 0$, $f(2)f(3) < 0$ suy ra (*) có 4 nghiệm phân biệt, do đó (E) cắt (P) tại 4 điểm phân biệt</p>		0,25
<p>Toạ độ các giao điểm của (E) và (P) thỏa mãn hệ $\begin{cases} y = x^2 - 2x \\ \frac{x^2}{9} + y^2 = 1 \end{cases}$</p>		0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x^2 - 16x = 8y \\ x^2 + 9y^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow 9x^2 + 9y^2 - 16x - 8y - 9 = 0 (**)$	
	(**) là phương trình của đường tròn có tâm $I = \left(\frac{8}{9}; \frac{4}{9}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{161}}{9}$ Do đó 4 giao điểm của (E) và (P) cùng nằm trên đường tròn có phương trình (**)	0,25
Vla.2	Viết phương trình mặt phẳng (β)...	1,00
	Do (β) // (α) nên (β) có phương trình $2x + 2y - z + D = 0$ ($D \neq 17$) Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 5$ Đường tròn có chu vi 6π nên có bán kính $r = 3$.	0,25
	Khoảng cách từ I tới (β) là $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$	0,25
	Do đó $\frac{ 2 \cdot 1 + 2(-2) - 3 + D }{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 4 \Leftrightarrow -5 + D = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -7 \\ D = 17 \text{ (loại)} \end{cases}$	0,25
	Vậy (β) có phương trình $2x + 2y - z - 7 = 0$	0,25
VII.a	Tìm hệ số của x^2...	1,00
	Ta có $I = \int_0^2 (1+x)^n dx = \int_0^2 (C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n) dx$ $= \left(C_n^0 x + \frac{1}{2} C_n^1 x^2 + \frac{1}{3} C_n^2 x^3 + \dots + \frac{1}{n+1} C_n^n x^{n+1} \right) \Big _0^2$	0,25
	suy ra $I = 2C_n^0 + \frac{2^2}{2} C_n^1 + \frac{2^3}{3} C_n^2 + \dots + \frac{2^{n+1}}{n+1} C_n^n$ (1)	
	Mặt khác $I = \frac{1}{n+1} (1+x)^{n+1} \Big _0^2 = \frac{3^{n+1} - 1}{n+1}$ (2)	
	Từ (1) và (2) ta có $2C_n^0 + \frac{2^2}{2} C_n^1 + \frac{2^3}{3} C_n^2 + \dots + \frac{2^{n+1}}{n+1} C_n^n = \frac{3^{n+1} - 1}{n+1}$	0,25
	Theo bài ra thì $\frac{3^{n+1} - 1}{n+1} = \frac{6560}{n+1} \Leftrightarrow 3^{n+1} = 6561 \Rightarrow n = 7$	
	Ta có khai triển $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt[4]{x}}\right)^7 = \sum_0^7 C_7^k (\sqrt{x})^{7-k} \left(\frac{1}{2\sqrt[4]{x}}\right)^k = \sum_0^7 \frac{1}{2^k} C_7^k x^{\frac{14-3k}{4}}$	0,25
	Số hạng chứa x^2 ứng với k thỏa mãn $\frac{14-3k}{4} = 2 \Leftrightarrow k = 2$	0,25
	Vậy hệ số cần tìm là $\frac{1}{2^2} C_7^2 = \frac{21}{4}$	
VII.b.1	Viết phương trình đường tròn	1,00
	Do $B \in d_1$ nên $B = (m; -m-5)$, $C \in d_2$ nên $C = (7-2n; n)$	0,25
	Do G là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} 2+m+7-2n=3.2 \\ 3-m-5+n=3.0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2n=-3 \\ -m+n=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ n=1 \end{cases}$	0,25
	Suy ra $B = (-1; -4)$, $C = (5; 1)$	
	Giả sử đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$. Do $A, B, C \in (C)$ nên ta có hệ	
	$\begin{cases} 4+9+4a+6b+c=0 \\ 1+16-2a-8b+c=0 \\ 25+1+10a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-83/54 \\ b=17/18 \\ c=-338/27 \end{cases}$	0,25
	Vậy (C) có phương trình $x^2 + y^2 - \frac{83}{27}x + \frac{17}{9}y - \frac{338}{27} = 0$	0,25

VIb.2	Tìm giá trị nhỏ nhất ...	1,00												
	<p>Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, suy ra $G = \left(\frac{7}{3}; \frac{8}{3}; 3\right)$</p> <p>Ta có $F = MA^2 + MB^2 + MC^2 = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2$ $= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$</p>	0,25												
	F nhỏ nhất $\Leftrightarrow MG^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của G lên (P)	0,25												
	$\Leftrightarrow MG = d(G, (P)) = \frac{ 7/3 - 8/3 - 3 - 3 }{\sqrt{1+1+1}} = \frac{19}{3\sqrt{3}}$	0,25												
	$GA^2 + GB^2 + GC^2 = \frac{56}{9} + \frac{32}{9} + \frac{104}{9} = \frac{64}{3}$	0,25												
	Vậy F nhỏ nhất bằng $3 \cdot \left(\frac{19}{3\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{64}{3} = \frac{553}{9}$ khi M là hình chiếu của G lên (P)													
VIIb	Giải hệ phương trình mũ	1,00												
	$\begin{cases} e^{x-y} + e^{x+y} = 2(x+1) \\ e^{x+y} = x-y+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{x-y} = x+y+1 \\ e^{x+y} = x-y+1 \end{cases}$ <p>Đặt $u = x + y$, $v = x - y$ ta có hệ $\begin{cases} e^v = u+1 \\ e^u = v+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^v = u+1 & (1) \\ e^u - e^v = v-u & (2) \end{cases}$</p>	0,25												
	<p>- Nếu $u > v$ thì (2) có vế trái dương, vế phải âm nên (2) vô nghiệm</p> <p>- Tương tự nếu $u < v$ thì (2) vô nghiệm, nên (2) $\Leftrightarrow u = v$</p>	0,25												
	<p>Thế vào (1) ta có $e^u = u+1$ (3). Xét $f(u) = e^u - u - 1$, $f'(u) = e^u - 1$</p> <p>Bảng biến thiên:</p> <table border="1" data-bbox="509 1010 1149 1178"> <tbody> <tr> <td>u</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'(u)</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f(u)</td> <td colspan="3" style="text-align: center;">  </td> </tr> </tbody> </table>	u	$-\infty$	0	$+\infty$	f'(u)	-	0	+	f(u)				0,25
u	$-\infty$	0	$+\infty$											
f'(u)	-	0	+											
f(u)														
	Theo bảng biến thiên ta có $f(u) = 0 \Leftrightarrow u = 0$.													
	Do đó (3) có 1 nghiệm $u = 0 \Rightarrow v = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+y=0 \\ x-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$	0,25												
	Vậy hệ phương trình đã cho có một nghiệm (0; 0)													

PHẦN A : DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THI SINH .

Câu I (2,0 điểm) 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (c) của hàm số : $y = x^3 - 3x^2 + 2$

2) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình : $x^2 - 2x - 2 = \frac{m}{|x-1|}$

Câu II (2,0 điểm) 1) Giải phương trình : $\cos\left(\frac{11\pi}{4} - \frac{5x}{2}\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = \sqrt{2} \sin\left(\frac{3x}{2} + \frac{2009\pi}{2}\right)$

2) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 30x^2 - 9x^2y - 25y = 0 \\ 30y^2 - 9y^2z - 25z = 0 \\ 30z^2 - 9z^2x - 25x = 0 \end{cases}$$

Câu III(2,0 điểm) 1) Tính tích phân : $\int_{-1}^3 \frac{(x+4)dx}{3\sqrt{x+1} + x+3}$

2) Cho x , y , z là ba số thực thỏa mãn : $2^{-x} + 2^{-y} + 2^{-z} = 1$. Chứng minh rằng :

$$\frac{4^x}{2^x + 2^{y+z}} + \frac{4^y}{2^y + 2^{z+x}} + \frac{4^z}{2^z + 2^{x+y}} \geq \frac{2^x + 2^y + 2^z}{4}$$

Câu IV (1,0 điểm) :

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy , cạnh bên SB tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Trên cạnh SA lấy điểm M sao cho

$AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, mặt phẳng (BCM) cắt cạnh SD tại N . Tính thể tích khối chóp S.BCNM .

PHẦN B (THÍ SINH CHỈ ĐƯỢC LÀM MỘT TRONG HAI PHẦN (PHẦN 1 HOẶC PHẦN 2)

PHẦN 1 (Dành cho học sinh học theo chương trình chuẩn)

Câu V.a (2,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng :

$$d_1 : \frac{x-2}{4} = \frac{y}{-6} = \frac{z+1}{-8} ; \quad d_2 : \frac{x-7}{-6} = \frac{y-2}{9} = \frac{z}{12}$$

1) Chứng minh rằng d_1 và d_2 song song . Viết phương trình mặt phẳng (P) qua d_1 và d_2 .

2) Cho điểm $A(1;-1;2)$, $B(3;-4;-2)$. Tìm điểm I trên đường thẳng d_1 sao cho $IA + IB$ đạt giá trị nhỏ nhất

Câu VI.a (1.0điểm) Giải phương trình : $\log_9(x+1)^2 + \log_{\sqrt{3}} 2 = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{4-x} + \log_{27}(x+4)^3$

PHẦN 2 (Dành cho học sinh học chương trình nâng cao)

Câu V.b (2,0điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng :

$$D_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2} , \quad D_2 : \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$$

1) Chứng minh rằng D_1 chéo D_2 . Viết phương trình đường vuông góc chung của D_1 và D_2

2) Viết phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn vuông góc chung của D_1 và D_2

Câu VI.b (1,0 điểm) Cho phương trình : $\log_5^2 x + 2\sqrt{\log_5^2 x + 1} - m - 2 = 0$, (m là tham số) .

Tìm các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 5^{\sqrt{3}}]$

.....Hết

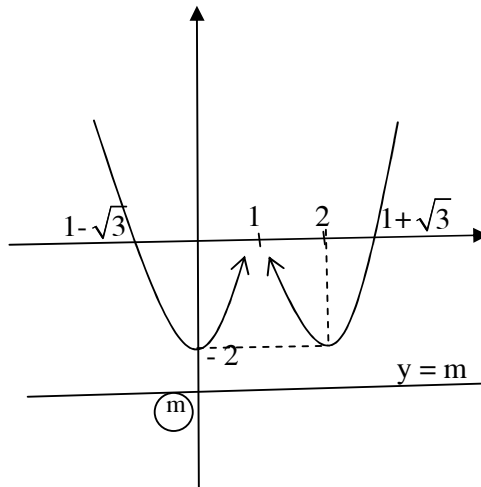
Giám thị coi thi không giải thích gì thêm .

Hướng dẫn giải :

Phần A : Dành cho tất cả các thí sinh

Câu I : 1) (Thí sinh tự khảo sát và vẽ đồ thị)

2) Đồ thị hàm số $y = (x^2 - 2x - 2)|x - 1|$, với $x \neq 1$ có dạng như hình vẽ :



Dựa vào đồ thị ta có : *) Nếu $m < -2$: Phương trình vô nghiệm

*) Nếu $m = -2$: Phương trình có hai nghiệm

*) Nếu $-2 < m < 0$: Phương trình có 4 nghiệm phân biệt

*) nếu $m \geq 0$: Phương trình có hai nghiệm phân biệt

Câu II : 1) $\cos\left(\frac{11\pi}{4} - \frac{5x}{2}\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = \sqrt{2} \sin\left(\frac{3x}{2} + \frac{2009\pi}{2}\right)$ (1)

$$(1) \Leftrightarrow \sin\left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = \sqrt{2} \cos\frac{3x}{2} \Leftrightarrow -2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\frac{3x}{2} = \sqrt{2} \cos\frac{3x}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos\frac{3x}{2} = 0 \text{ hoặc } \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} . \text{ Giải các phương trình cơ bản tìm được nghiệm :}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} , x = \frac{\pi}{2} + k2\pi , x = k2\pi$$

2) Ta có
$$\begin{cases} 30x^2 - 9x^2y - 25y = 0 \\ 30y^2 - 9y^2z - 25z = 0 \\ 30z^2 - 9z^2x - 25x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{30x^2}{9x^2 + 25} \\ z = \frac{30y^2}{9y^2 + 25} \\ x = \frac{30z^2}{9z^2 + 25} \end{cases} \quad (2). \text{ Từ hệ ta có } x, y, z \text{ không âm}$$

*) Nếu $x = 0$ thì $y = z = 0$ suy ra $(0; 0; 0)$ là nghiệm của hệ

*) Nếu $x > 0, y > 0, z > 0$. Xét hàm số : $f(t) = \frac{30t^2}{9t^2 + 25}, t > 0$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{1500t}{(9t^2 + 25)^2} > 0 \text{ với mọi } t > 0 .$$

Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

$$\text{Hệ (2) được viết lại } \begin{cases} y = f(x) \\ z = f(y) \\ x = f(z) \end{cases} .$$

Từ tính đồng biến của hàm f ta dễ dàng suy ra $x = y = z$. Thay vào hệ phương trình

$$\text{Ta được nghiệm } x = y = z = \frac{5}{3} .$$

Nghiệm của hệ là $\left\{ (0;0;0), \left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{5}{3} \right) \right\}$

Câu III 1) Tính tích phân $I = \int_{-1}^3 \frac{(x+4)dx}{3\sqrt{x+1}+x+3}$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+1} \text{ . Ta có } I = \int_0^2 (2t-6)dt + \int_0^2 \frac{20t+12}{t^2+3t+2} dt = (t^2-6t) \Big|_0^2 + \int_0^2 \frac{20t+12}{t^2+3t+2} dt$$

$$= -8 + \int_0^2 \frac{28}{t+2} dt - \int_0^2 \frac{8}{t+1} dt = -8 + 28\ln 2 - 8\ln 3$$

2) Cho x, y, z là ba số thực thỏa mãn : $2^{-x} + 2^{-y} + 2^{-z} = 1$. Chứng minh rằng :

$$\frac{4^x}{2^x+2^{y+z}} + \frac{4^y}{2^y+2^{z+x}} + \frac{4^z}{2^z+2^{x+y}} \geq \frac{2^x+2^y+2^z}{4}$$

Đặt $2^x = a, 2^y = b, 2^z = c$. Từ giả thiết ta có : $ab + bc + ca = abc$

Bất đẳng thức cần chứng minh có dạng : $\frac{a^2}{a+bc} + \frac{b^2}{b+ca} + \frac{c^2}{c+ab} \geq \frac{a+b+c}{4}$ (*)

$$(*) \Leftrightarrow \frac{a^3}{a^2+abc} + \frac{b^3}{b^2+abc} + \frac{c^3}{c^2+abc} \geq \frac{a+b+c}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^3}{(a+b)(a+c)} + \frac{b^3}{(b+c)(b+a)} + \frac{c^3}{(c+a)(c+b)} \geq \frac{a+b+c}{4}$$

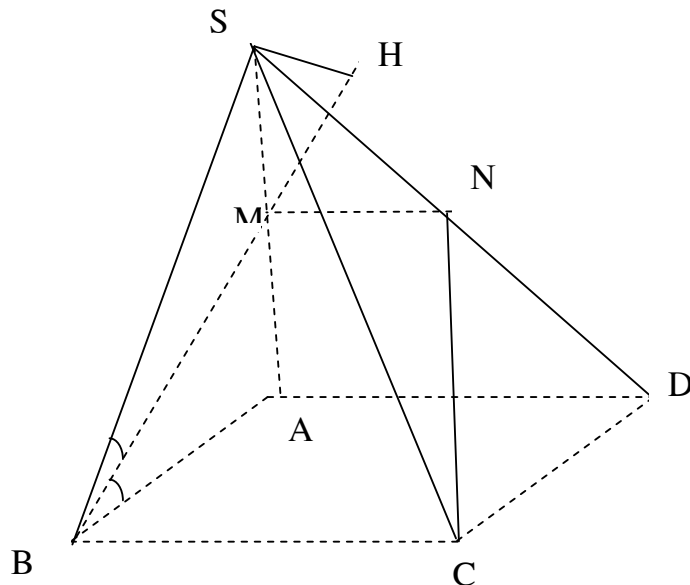
$$\text{Ta có } \frac{a^3}{(a+b)(a+c)} + \frac{a+b}{8} + \frac{a+c}{8} \geq \frac{3}{4}a \quad (1) \quad (\text{Bất đẳng thức Cô si})$$

$$\text{Tương tự } \frac{b^3}{(b+c)(b+a)} + \frac{b+c}{8} + \frac{b+a}{8} \geq \frac{3}{4}b \quad (2)$$

$$\frac{c^3}{(c+a)(c+b)} + \frac{c+a}{8} + \frac{c+b}{8} \geq \frac{3}{4}c \quad (3)$$

Cộng vế với vế các bất đẳng thức (1), (2), (3) suy ra điều phải chứng minh

Câu IV :



Tính thể tích hình chóp SBCM

(BCM) // AD nên mặt phẳng này cắt mp(SAD) theo giao tuyến MN // AD

Ta có : $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp BM$. Tứ giác BCMN là hình thang vuông có BM là đường cao

Ta có $SA = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$, $\frac{MN}{AD} = \frac{SM}{SA} \Leftrightarrow \frac{MN}{2a} = \frac{a\sqrt{3} - \frac{a\sqrt{3}}{3}}{a\sqrt{3}} = \frac{2}{3}$

Suy ra $MN = \frac{4a}{3}$. $BM = \frac{2a}{\sqrt{3}}$ Diện tích hình thang BCMN là :

$$S = \frac{BC+MN}{2} BM = \left(\frac{2a + \frac{4a}{3}}{2} \right) \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{10a^2}{3\sqrt{3}}$$

Hạ $AH \perp BM$. Ta có $SH \perp BM$ và $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SH$. Vậy $SH \perp (BCNM) \Rightarrow SH$ là đường cao của khối chóp SBCNM

Trong tam giác SBA ta có $SB = 2a$, $\frac{AB}{SB} = \frac{AM}{MS} = \frac{1}{2}$.

Vậy BM là phân giác của góc SBA $\Rightarrow \angle SBH = 30^\circ \Rightarrow SH = SB \cdot \sin 30^\circ = a$

Gọi V là thể tích chóp SBCNM ta có $V = \frac{1}{3} SH \cdot (dtBCNM) = \frac{10\sqrt{3}a^3}{27}$

Phần B. (Thí sinh chỉ được làm phần I hoặc phần II)

Phần I. (Dành cho thí sinh học chương trình chuẩn)

Câu V.a.1 Véc tơ chỉ phương của hai đường thẳng lần lượt là: $\vec{u}_1(4; -6; -8)$
 $\vec{u}_2(-6; 9; 12)$

+) \vec{u}_1 và \vec{u}_2 cùng phương

+) $M(2; 0; -1) \in d_1; M(2; 0; -1) \notin d_2$

Vậy $d_1 // d_2$

*) Véc tơ pháp tuyến của mp (P) là $\vec{n} = (5; -22; 19)$

(P): $5x - 22y + 19z + 9 = 0$

2) $\vec{AB} = (2; -3; -4); AB // d_1$

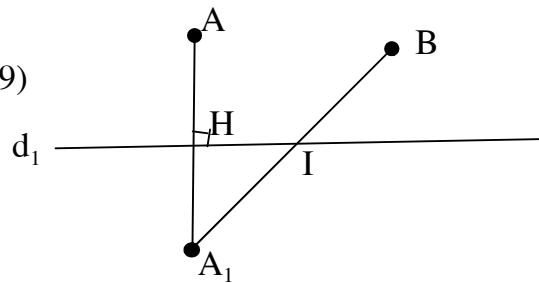
Gọi A_1 là điểm đối xứng của A qua d_1

Ta có: $IA + IB = IA_1 + IB \geq A_1B$

$IA + IB$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng A_1B

Khi A_1, I, B thẳng hàng $\Rightarrow I$ là giao điểm của A_1B và d

Do $AB // d_1$ nên I là trung điểm của A_1B .



*) Gọi H là hình chiếu của A lên d_1 . Tìm được $H\left(\frac{36}{29}; \frac{33}{29}; \frac{15}{29}\right)$

A' đối xứng với A qua H nên $A'\left(\frac{43}{29}; \frac{95}{29}; -\frac{28}{29}\right)$

I là trung điểm của $A'B$ suy ra $I\left(\frac{65}{29}; \frac{-21}{58}; \frac{-43}{29}\right)$

Câu VI a) $\log_9(x+1)^2 + \log_{\sqrt{3}} 2 = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{4-x} + \log_{27}(x+4)^3$ (1)

ĐK: $\begin{cases} -4 < x < 4 \\ x \neq -1 \end{cases}$

(1) $\Leftrightarrow \log_3(x+1) + \log_3 4 = \log_3(4-x) + \log_3(x+4)$

$\Leftrightarrow \log_3 4|x+1| = \log_3(16-x^2) \Leftrightarrow 4|x+1| = 16-x^2$

Giải phương trình tìm được $x = 2$ hoặc $x = 2 - \sqrt{24}$

Phần II.

Câu V. b. 1) Các véc tơ chỉ phương của D_1 và D_2 lần lượt là $\vec{u}_1(1; -1; 2)$ và $\vec{u}_2(-2; 0; 1)$

*) Có $M(2; 1; 0) \in D_1; N(2; 3; 0) \in D_2$

Xét $[\vec{u}_1; \vec{u}_2] \cdot \vec{MN} = -10 \neq 0$

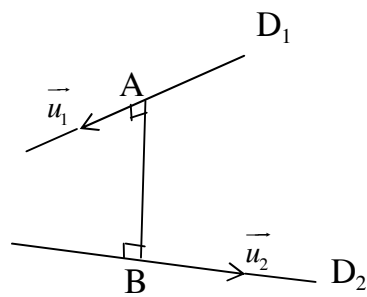
Vậy D_1 chéo D_2

*) Gọi $A(2+t; 1-t; 2t) \in D_1$

$B(2-2t'; 3; t') \in D_2$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{3} \\ t' = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A\left(\frac{5}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right); B(2; 3; 0)$$



Đường thẳng Δ qua hai điểm A, B là đường vuông góc chung của D_1 và D_2 .

$$\text{Ta có } \Delta : \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+5t \\ z = 2t \end{cases}$$

*) Phương trình mặt cầu nhận đoạn AB là đường kính có dạng:

$$\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{6}$$

b.2) Đặt $t = \sqrt{\log_5^2 x + 1}$ ta thấy nếu $x \in [1; 5^{\sqrt{3}}]$ thì $t \in [1; 2]$

Phương trình có dạng: $t^2 + 2t - m - 3 = 0; t \in [1; 2]$

$$\Leftrightarrow t^2 + 2t - 3 = m; t \in [1; 2]$$

Lập bất phương trình hàm $f(t) = t^2 + 2t - 3$ trên $[1; 2]$ ta được $0 \leq f(t) \leq 5$

ĐK của m là: $0 \leq m \leq 5$

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH: (7.0 điểm)

Câu I. (2.0 điểm)

Cho hàm số : $y = x^3 - (m + 3)x^2 + 3mx - 2m$ (C_m), với m là tham số thực.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi $m=0$.
2. Xác định m để (C_m) có cực trị có hoành độ thỏa $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{4}{9}$.

Câu II. (2.0 điểm)

1. Giải phương trình: $4 - 4\sin^2 2x = 2\cos 2x(3\sin x - 5)$
2. Giải bất phương trình: $\log_3(16^x - 2 \cdot 12^x) \leq 2x + 1$

Câu III. (2.0 điểm)

1. Tính tích phân: $I = \int_0^7 \frac{x+2}{\sqrt[3]{x+1}} dx$
2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - x + y = 2 \\ xy + x - y = -1 \end{cases}$$

Câu IV (1.0 điểm).

Cho khối chóp SABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B .Biết SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và AB=SA=a, BC=2a. Một mặt phẳng qua A vuông góc SC tại H và cắt SB tại K. Tính diện tích tam giác AHK theo a.

II. PHẦN RIÊNG: (3.0 điểm)

*** Theo chương trình chuẩn:**

Câu V.a. (1.0 điểm).

Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz , cho H(1;2;3) . Lập phương trình mặt phẳng đi qua H và cắt Ox tại A,Oy tại B ,Oz tại C sao cho H là trọng tâm của tam giác ABC.

Câu VI.a. (2.0 điểm)

1. Tìm GTLN, GTNN của hàm số $y = f(x) = e^{2x} - 4 \cdot e^x + 3$ trên $[0; \ln 4]$.
2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) : $y = x + 1 + \frac{1}{x+2}$ và (d) : $y = \frac{1}{3}x + 2$

*** Theo chương trình nâng cao:**

Câu V.b. (1.0 điểm).

Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz , cho H(1;2;3) . Lập phương trình mặt phẳng đi qua H và cắt Ox tại A,Oy tại B ,Oz tại C sao cho H là trọng tâm của tam giác ABC.

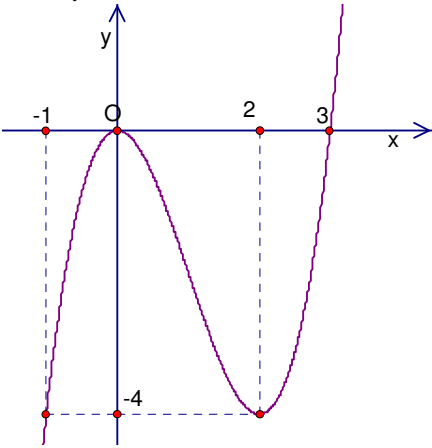
Câu VI.b. (2.0 điểm).

1. Tìm môđun và argument của số phức $z = \left(\frac{5 + 3i\sqrt{3}}{1 - 2i\sqrt{3}} \right)^{21}$

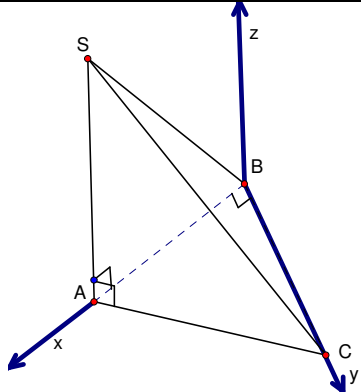
2. Xác định m để phương trình: $\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{x} = m$ có nghiệm.

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM																						
<p>Câu I. 2.0 điểm</p> <p>Câu II. 2.0 điểm</p>	<p>$y = x^3 - (m + 3)x^2 + 3mx - 2m$ (C_m)</p> <p>1. Với $m=0$. Ta có $y = f(x) = x^3 - 3x^2$</p> <p>TXĐ: $D=\mathbb{R}$</p> <p>$y' = 3x^2 - 6x$</p> <p>$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = 2 \Rightarrow y = -4 \end{cases}$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty$</p> <p>BBT:</p> <table border="1" data-bbox="358 657 1086 831"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>-4</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p>ĐDB:</p> <table border="1" data-bbox="358 867 769 936"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-4</td> <td>0</td> </tr> </table> <p>Đồ thị:</p> 	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	x	-1	3	y	-4	0	
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																				
y'	+	0	-	0	+																			
y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$																				
x	-1	3																						
y	-4	0																						
	<p>2. $y = x^3 - (m + 3)x^2 + 3mx - 2m$ (C_m). Xác định m để (C_m) có cực trị có hoành độ thỏa $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{4}{9}$.</p> <p>$y' = 3x^2 - 2(m+3)x + 3m$</p> <p>$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2(m+3)x + 3m = 0$ (1)</p> <p>ĐK: $\begin{cases} \Delta' = (m+3)^2 - 9m > 0 \\ \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{4}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 3m + 9 > 0 \\ \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2}{(x_1 \cdot x_2)^2} = \frac{4}{9} \end{cases}$</p>																							

	$\Leftrightarrow \frac{\left(\frac{2(m+3)}{3}\right)^2 - 2.m}{m^2} = \frac{4}{9} \Leftrightarrow m = -6$							
	<p>1. Giải phương trình: $4 - 4\sin^2 2x = 2\cos 2x(3\sin x - 5)$ (1) TXĐ: D=R</p> <p>(1) $\Leftrightarrow 4(1 - \sin^2 2x) = 2\cos 2x(3\sin x - 5)$ $\Leftrightarrow 4\cos^2 2x - 2\cos 2x(3\sin x - 5) = 0$ $\Leftrightarrow \cos 2x(2\cos 2x - 3\sin x + 5) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x(-4\sin^2 x - 3\sin x + 7) = 0$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ -4\sin^2 x - 3\sin x + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin x = 1 \\ \sin x = -\frac{7}{4} \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$							
	<p>2. Giải bất phương trình: $\log_3(16^x - 2.12^x) \leq 2x + 1$ (2) ĐK: $16^x - 2.12^x > 0 \Leftrightarrow x > \log_{4/3} 2$</p> <p>(2) $\Leftrightarrow 16^x - 2.12^x \leq 3^{2x+1} \Leftrightarrow 16^x - 2.12^x - 3.9^x \leq 0$ $\Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow 0 < \left(\frac{4}{3}\right)^x \leq 3 \Leftrightarrow x \leq \log_{4/3} 3$</p> <p>So với điều kiện ta có: $\log_{4/3} 3 < x \leq \log_{4/3} 3$</p>							
<p>Câu III. (2.0 điểm)</p>	<p>1. Tính tích phân: $I = \int_0^7 \frac{x+2}{\sqrt[3]{x+1}} dx$</p> <p>Đặt $t = \sqrt[3]{x+1} \Rightarrow t^3 = x+1$ $3t^2 dt = dx$ Đổi cận:</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>t</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> </table> $I = \int_1^2 \frac{t^3 - 1 + 2}{t} \cdot 3t^2 dt = 3 \int_1^2 (t^4 + t) dt = 3 \left(\frac{t^5}{5} + \frac{t^2}{2} \right) \Big _1^2 = \frac{231}{10}$ <p>2. $\begin{cases} x^2 + y^2 - x + y = 2 \\ xy + x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-y)^2 - (x-y) + 2xy = 2 \\ xy + x - y = -1 \end{cases}$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -1 \\ xy = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 4 \\ xy = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 4 \\ xy = -5 \end{cases} \text{ (VN)}$	x	0	7	t	1	2	
x	0	7						
t	1	2						
<p>Câu IV (1.0)</p>	<p>1.</p>							

điểm).	 <p>Trong không gian Oxyz, chọn $B(0;0;0)$, $A(a;0;0)$, $C(0;2a;0)$, $S(a;0;a)$ + mp (P) qua $A(a;0;0)$ và vuông góc SC nên có VTPT $\vec{n} = (-a; 2a; -a) = a(-1; 2; -1)$ có pt: $-x+2y-z+a=0$</p> $+ (SC): \begin{cases} x = a-t \\ y = 2t \\ z = a-t \end{cases}; (SB): \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$ $+ (P) \cap SC = H\left(\frac{5a}{6}; \frac{a}{3}; \frac{5a}{6}\right); (P) \cap SB = K\left(\frac{a}{2}; 0; \frac{a}{2}\right)$ $+ \overline{AH} = \left(-\frac{a}{6}; \frac{a}{3}; \frac{5a}{6}\right); \overline{AK} = \left(-\frac{a}{2}; 0; \frac{a}{2}\right); [\overline{AH}; \overline{AK}] = \left(\frac{a^2}{6}; -\frac{a^2}{3}; \frac{a^2}{6}\right)$ $+ S_{\Delta AHK} = \frac{1}{2} [\overline{AH}; \overline{AK}] = \frac{a^2 \sqrt{6}}{12}$	
Câu V.a. (1.0 điểm).	+ mp(P) đi qua $H(1;2;3)$, cắt Ox tại $A(a;0;0)$, Oy tại $B(0;b;0)$, Oz tại $C(0;0;c)$ có pt: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ $+ H \text{ là trực tâm tam giác } ABC \text{ ta có: } \begin{cases} \frac{a}{3} = 1 \\ \frac{b}{3} = 2 \\ \frac{c}{3} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9 \end{cases}$ $+ \text{Pt (P): } \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1$	
Câu VI.a. (2.0 điểm)	1. Tìm GTLN, GTNN của hàm số $y = f(x) = e^{2x} - 4.e^x + 3$ trên $[0; \ln 4]$. $y' = 2e^{2x} - 4.e^x$ $y' = 0 \Leftrightarrow 2e^{2x} - 4.e^x = 0 \Rightarrow x = \ln 2$ (nhận) $f(0)=0$; $f(\ln 4)=3$; $f(\ln 2)=-1$ $\underset{x \in [0; \ln 4]}{\text{Max}} y = 3$ khi $x = \ln 4$; $\underset{x \in [0; \ln 4]}{\text{Min}} y = -1$ khi $x = \ln 2$	
	2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C): $y = x+1 + \frac{1}{x+2}$ và (d): $y = \frac{1}{3}x + 2$	

PTHĐGD: $x+1+\frac{1}{x+2}=\frac{1}{3}x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ 2x^2+x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{3}{2} \end{cases}$

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^1 \left| x+1+\frac{1}{x+2} - \left(\frac{1}{3}x+2 \right) \right| dx = \int_{-\frac{3}{2}}^1 \left(\frac{2}{3}x-1+\frac{1}{x+2} \right) dx$$

$$= \left(\left(\frac{x^2}{3} - x + \ln|x+2| \right) \right)_{-\frac{3}{2}}^1 = \left| \frac{1}{3} - 1 + \ln 3 - \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2} + \ln \frac{1}{2} \right) \right| = \left| -\frac{35}{12} + \ln \frac{3}{2} \right| = \frac{35}{12} - \ln \frac{3}{2}$$

Câu V.b.
(1.0
điểm).

+ mp(P) đi qua H(1;2;3), cắt Ox tại A(a;0;0), Oy tại B(0;b;0), Oz tại

C(0;0;c) có pt: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

+ H là trực tâm tam giác ABC ta có:
$$\begin{cases} \frac{a}{3} = 1 \\ \frac{b}{3} = 2 \\ \frac{c}{3} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=6 \\ c=9 \end{cases}$$

+ Pt (P): $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1$

Câu VI.b.
(2.0
điểm).

1. Tìm môđun và argumant của số phức $z = \left(\frac{5+3i\sqrt{3}}{1-2i\sqrt{3}} \right)^{21}$

Ta có: $\frac{5+3i\sqrt{3}}{1-2i\sqrt{3}} = \frac{(5+3i\sqrt{3})(1+2i\sqrt{3})}{1+12} = -1 + \sqrt{3}i = 2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$

Áp dụng CT Moa-vrơ:

$$z = 2^{21} \left(\cos \frac{42\pi}{3} + i \sin \frac{42\pi}{3} \right) = 2^{21} (\cos 14\pi + i \sin 14\pi) = 2^{21}$$

+ $|z| = 2^{21}$; argumant của z: $\varphi = 0$

2. Xác định m để phương trình: $\sqrt{x^2+3} - \sqrt{x} = m(1)$ có nghiệm.

Đặt $f(x) = \sqrt{x^2+3} - \sqrt{x}$ (C)

ĐK: $x \geq 0$

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} - \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2x\sqrt{x} - \sqrt{x^2+3}}{x\sqrt{x}(x^2+3)}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2x\sqrt{x} - \sqrt{x^2+3} = 0 \Leftrightarrow 2x\sqrt{x} = \sqrt{x^2+3} \Leftrightarrow 4x^3 - x^2 - 30 \Rightarrow x=1$$

BBT

x	$-\infty$	0	1/2	$+\infty$
y'		+	-	0
y			$\sqrt{3}$	$+\infty$

1

	(1) có nghiệm kvck (C) và (d): $y=m$ có nghiệm $\Leftrightarrow m \geq 1$	
--	---	--

A. Phần chung cho tất cả thí sinh (7 điểm)

Câu 1: (2 điểm) Cho hàm số: $y = \frac{x+2}{x-1}$ (C)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số (C).
2. Cho điểm A(0; a). Tìm a để từ A kẻ được 2 tiếp tuyến tới đồ thị (C) sao cho 2 tiếp điểm tương ứng nằm về 2 phía của trục hoành.

Câu 2: (2 điểm)

1. Tìm tập xác định của hàm số: $y = \log_3 \left(\frac{3^{1-x} - 3x + 2}{3^x - 1} \right)$

2. Tính tích phân:
$$I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^6 x}{\sin^4 x} dx$$

Câu 3: (2 điểm)

1. Cho hình chóp S.ABCD có $SB = a\sqrt{2}$ các cạnh còn lại đều bằng a. Tính thể tích hình chóp theo a.

2. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho đường thẳng $(\Delta) \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$

và 3 điểm $A(2;0;1), B(2;-1;0), C(1;0;1)$. Tìm trên đường thẳng (Δ) điểm S sao cho: $|SA + SB + SC|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 4: (1 điểm)

Tính các góc của tam giác ABC biết: $\cos 2A + \sqrt{3}(\cos 2B + \cos 2C) + \frac{5}{2} = 0$

B. Phần riêng (3 điểm) (Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần(phần 1 hoặc 2))

I. Theo chương trình Chuẩn:

Câu 5: (1 điểm) Khai triển $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10}$ thành đa thức: $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}$. Tìm giá trị a_k lớn nhất ($0 \leq k \leq 10$).

Câu 6: (1 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Cho đường tròn: $x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) vuông góc với đường thẳng: $3x - 4y + 10 = 0$ cắt đường tròn tại A, B sao cho $AB = 6$.

Câu 7: (1 điểm) Tùy theo m tìm giá trị bé nhất của biểu thức:

$$P = (x + 2y - 2)^2 + [4x + 2(m - 2)y - 1]^2$$

II. Theo chương trình nâng cao nâng cao

Câu 5: (1 điểm) CMR: $C_{2n+k}^n \cdot C_{2n-k}^n \leq (C_{2n}^n)^2$ ($0 \leq k \leq n, k \in \mathbb{Z}$)

Câu 6: (1 điểm) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho đường thẳng

$$(\Delta) x \cdot \cos \alpha + y \cdot \sin \alpha + 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} - 1 = 0.$$

CMR (Δ) luôn tiếp xúc với 1 đường tròn cố định. Xác định đường tròn đó.

Câu 7: (1 điểm) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho 3 điểm A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c) và $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Tìm a, b, c để khoảng cách từ O(0; 0; 0) đến mặt phẳng (ABC) đạt giá trị lớn nhất.

.....Hết.....

Thời gian làm bài 180 phút

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Câu I. (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{(m+1)x - m^2 + m}{x+m}$ (1).

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m = -1$.
2. Xác định m , để cho tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) tại giao điểm của nó với trục hoành tạo với hai trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng 2.

Câu II. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình lượng giác: $5\sin x - 2 = 3(1 - \sin x)\tan^2 x$
2. Giải phương trình: $\log_4 (x+1)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4-x} + \log_8 (x+3)$.

Câu III. (1,0 điểm).

Tính tích phân: $I = \int_1^2 \frac{\ln x^2 + 1}{x^3} dx$.

Câu IV. (1,0 điểm). Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy là tam giác ABC vuông tại B và $AB = a, BC = a\sqrt{3}, AA' = 3a$. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với CA' lần lượt cắt các cạnh CC' và BB' tại M và N .

Gọi H, K lần lượt là giao điểm của AM cắt $A'C$ và AN cắt $A'B$. Chứng minh rằng $A'B$ vuông góc với AN . Tính thể tích khối đa diện $ABCHK$.

Câu V. (1,0 điểm). Tìm m để phương trình sau có nghiệm: $m + \frac{2}{3} \sqrt{x-x^2} = \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$.

PHẦN RIÊNG

1. Dành cho thí sinh khối A

Câu VI.a. (2,0 điểm). Cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng (P): $x + 3y + 2z + 2 = 0$.

1. Lập phương trình mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P).
2. Lập phương trình đường thẳng d' song song với mặt phẳng (P), qua điểm $M(2; 2; 4)$ và cắt d .

Câu VII.a. (1,0 điểm).

Cho a, b, c là ba số thực dương tùy ý thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 2$. Hãy tính giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

$$M = \frac{ab}{\sqrt{2c+ab}} + \frac{bc}{\sqrt{2a+bc}} + \frac{ca}{\sqrt{2b+ca}}.$$

2. Dành cho thí sinh khối B, D

Câu VI.b (2,0 điểm).

1. Mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho elíp có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ và điểm $M(1;1)$. Hãy viết phương trình đường thẳng (d) đi qua M , cắt elíp đã cho tại hai điểm phân biệt M_1 và M_2 sao cho M là trung điểm của đoạn M_1M_2 .

2. Trong không gian Oxyz cho điểm $M(2; 1; 4)$ và đường thẳng (d):
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Tìm toạ độ điểm H thuộc đường thẳng (d) sao cho đoạn thẳng MH có độ dài nhỏ nhất.

Câu VII.a. (1,0 điểm). Tính tổng $S = C_n^0 + 2 \cdot 2 C_n^1 + 3 \cdot 2^2 \cdot C_n^2 + \dots + (n+1) \cdot 2^n \cdot C_n^n$.

----- Hết -----

A. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7đ)

Câu I.(2đ): Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 9x - 7$ có đồ thị (C_m) .

1. Khảo sát hàm số khi $m = 0$.
2. Tìm m để (C_m) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

Câu II.(2đ): 1. Giải phương trình: $\sin^2 3x - \cos^2 4x = \sin^2 5x - \cos^2 6x$

2. Giải bất phương trình: $\frac{2^{1-x} - 2^x + 1}{2^x - 1} \geq 0$

Câu III.(2đ) : 1. Tính giới hạn sau: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{5-x^2}}{x-1}$

2. Biết $(x; y)$ là nghiệm của bất phương trình: $5x^2 + 5y^2 - 5x - 15y + 8 \leq 0$.

Hãy tìm giá trị lớn nhất của $F = x + 3y$.

Câu IV.(1đ): Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật: $SA \perp (ABCD)$; $AB = SA = 1$;

$AD = \sqrt{2}$. Gọi $M; N$ là trung điểm của AD và SC ; I là giao điểm của BM và AC . Tính thể tích khối tứ diện $ANIB$.

B. PHẦN TỰ CHỌN (3đ)

a. Theo chương trình chuẩn:

Câu Va.(2đ)

1. Cho (E) : $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. $A; B$ là các điểm trên (E) sao cho: $AF_1 + BF_2 = 8$.

Tính $AF_2 + BF_1$ với $F_1; F_2$ là các tiêu điểm.

2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(2;3;-1)$ và mặt phẳng (α) : $2x - y - z - 5 = 0$

Tìm tọa độ B đối xứng với A qua mặt phẳng (α) .

Câu VIa. (1đ): Chứng minh rằng với mọi x ta luôn có: $x^n = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n C_n^k (2x-1)^k$

b. Theo chương trình nâng cao:

Câu Vb.(2đ):

1. Viết phương trình đường tròn đi qua $A(2;-1)$ và tiếp xúc với các trục tọa độ.

2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng d : $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$

và mặt phẳng P : $x - y - z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;1;-2)$

song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d .

Câu VIIb.(1đ): Cho hàm số: $y = \frac{mx^2 + (m^2 + 1)x + 4m^3 + m}{x + m}$ có đồ thị (C_m)

Tìm m để một cực trị của (C_m) thuộc góc phần tư thứ I, một cực trị của (C_m) thuộc góc phần tư thứ III của hệ tọa độ Oxy .

.....Hết.....

BTC sẽ trả bài vào ngày 08-4-2009 tại văn phòng Đoàn trường THPT Đông Hiếu.

Mọi chi tiết liên hệ: Thầy Phúc - 0984475958 hoặc Thầy Đức - 0912205592

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC MÔN TOÁN

Câu	Đáp án	Điểm
Câu I: 1	Học sinh tự làm.	1đ
Câu I: 2 (1đ)	Hoành độ các giao điểm là nghiệm của phương trình: $x^3 - 3mx^2 + 9x - 7 = 0 \quad (1)$	0,25đ
	Gọi hoành độ các giao điểm lần lượt là $x_1; x_2; x_3$ ta có: $x_1 + x_2 + x_3 = 3m$	0,25đ
	Để $x_1; x_2; x_3$ lập thành cấp số cộng thì $x_2 = m$ là nghiệm của phương trình (1)	0,25đ
	$\Rightarrow -2m^3 + 9m - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{-1 + \sqrt{15}}{2} \\ m = \frac{-1 - \sqrt{15}}{2} \end{cases}$	0,25đ
	Thử lại $m = \frac{-1 - \sqrt{15}}{2}$ là giá trị cần tìm.	
Câu II.1 (1đ)	$\sin^2 3x - \cos^2 4x = \sin^2 5x - \cos^2 6x$	0,25đ
	$\Leftrightarrow \frac{1 - \cos 6x}{2} - \frac{1 + \cos 8x}{2} = \frac{1 - \cos 10}{2} + \frac{1 + \cos 12x}{2}$	0,25đ
	$\Leftrightarrow \cos 8x + \cos 6x = \cos 12x + \cos 10x$	0,25đ
	$\Leftrightarrow 2 \cdot \cos 7x \cdot \cos x = 2 \cdot \cos 11x \cdot \cos x$	0,25đ
	$\Leftrightarrow \cos x (\cos 7x - \cos 11x) = 0$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos 7x = \cos 11x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 11x = 7x + k2\pi \\ 11x = -7x + k2\pi \end{cases}$	0,25đ
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{k\pi}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{k\pi}{9} \end{cases}$	0,25đ
Câu II.2 (1đ)	đk: $x \neq 0$ Đặt $2^x = t$ với $t > 0$	0,25đ
	bpt $\Leftrightarrow \frac{-t^2 + t + 2}{t(t-1)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq t < 0 \\ 1 < t \leq 2 \end{cases}$	0,5đ
	Vì $t > 0 \Rightarrow$ bpt có nghiệm $1 < t \leq 2 \Leftrightarrow 0 < x \leq 1$	0,25đ
Câu III.1 (1đ)	$A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{5-x^2}}{x-1}$	0,25đ
	$A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - 2}{x-1} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{5-x^2}}{x-1}$	0,25đ
	$A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1) \cdot (\sqrt[3]{(x+7)^2} + 2\sqrt[3]{x+7} + 4)} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{(x-1) \cdot (2 + \sqrt{5-x^2})}$	0,25đ
	$A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt[3]{(x+7)^2} + 2\sqrt[3]{x+7} + 4} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1+x}{2 + \sqrt{5-x^2}}$	0,25đ

	$A = \frac{1}{12} + \frac{1}{2} = \frac{7}{12}$	0,25đ
Câu III.2 (1đ)	<p>Ta có $x = F - 3y$ thay vào bpt ta được $50y^2 - 30Fy + 5F^2 - 5F + 8 \geq 0$</p> <p>Vì bpt luôn tồn tại y nên $\Delta_y \geq 0 \Leftrightarrow -25F^2 + 250F - 400 \geq 0$</p> <p>$\Leftrightarrow 2 \leq F \leq 8$</p> <p>Vậy GTLN của $F = x + 3y$ là 8.</p>	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Câu IV. (1đ)	<p>Chọn hệ toạ độ như hình vẽ.</p> <p>Ta có: $A(0;0;0)$ $B(0;1;0)$ $C(\sqrt{2};1;0)$ $D(\sqrt{2};0;0)$ $S(0;0;1)$</p> <p>Vì $M; N$ là trung điểm của AD và $SC \Rightarrow M(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0; 0)$ $N(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2})$</p> <p>Ta có I là trọng tâm của $\Delta ABD \Rightarrow I(\frac{\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}; 0)$</p> <p>$\vec{AN} = (\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2})$; $\vec{AB} = (0; 1; 0)$; $\vec{AI} = (\frac{\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}; 0)$</p> <p>$\Rightarrow [\vec{AN}; \vec{AB}] = (-\frac{1}{2}; 0; \frac{\sqrt{2}}{2})$</p> <p>$\Rightarrow [\vec{AN}; \vec{AB}] \cdot \vec{AI} = -\frac{\sqrt{2}}{6} \Rightarrow V_{ANIB} = \frac{\sqrt{2}}{36}$</p>	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Câu Va.1 (1đ)	<p>Theo bài ra ta có: $a = 5$:</p> <p>Theo định nghĩa Elíp $AF_1 + AF_2 = 2a$ và $BF_1 + BF_2 = 2a$</p> <p>$\Rightarrow AF_1 + AF_2 + BF_1 + BF_2 = 4a = 20$ Mà $AF_1 + BF_2 = 8 \Rightarrow AF_2 + BF_1 = 12$</p>	0,25đ 0,25đ 0,5đ
Câu Va.2 (1đ)	<p>Gọi Δ là đường thẳng qua A và vuông góc với $(\alpha) \Rightarrow \vec{u} = (2; -1; -1)$ là vectơ chỉ phương.</p> <p>Phương trình đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -1 - t \end{cases}$</p> <p>Toạ độ giao điểm H của Δ và (α) là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -1 - t \\ 2x - y - z - 5 = 0 \end{cases}$</p>	0,25đ 0,25đ

	<p>Giải ra ta được: $\begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{5}{2} \\ z = -\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow H\left(3; \frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$</p> <p>Vì H là trung điểm của $AB \Rightarrow B(4; 2; -2)$</p>	0,25đ
		0,25đ
Câu VIa. (1đ)	<p>Ta có: $\sum_{k=0}^n C_n^k (2x-1)^k = \sum_{k=0}^n C_n^k (2x-1)^k \cdot 1^{n-k} = \sum_{k=0}^n C_n^k (2x)^k = (2x)^n$</p> <p>Vậy: $\frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n C_n^k (2x-1)^k = x^n$</p>	0,75đ
		0,25đ
Câu Vb.1 (1đ)	<p>Vì đường tròn (C) tiếp xúc với $0x$ và $0y$ nên có phương trình:</p> $\begin{cases} (x-a)^2 + (y+a)^2 = a^2 \\ (x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2 \end{cases}$ <p><u>TH1</u>: Nếu (C) có phương trình: $(x-a)^2 + (y+a)^2 = a^2$</p> <p>Vì (C) đi qua $A(2; -1) \Rightarrow (2-a)^2 + (-1+a)^2 = a^2 \Leftrightarrow a^2 - 6a + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 5 \end{cases}$</p> <p><u>TH2</u>: Nếu (C) có phương trình: $(x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2$</p> <p>Vì (C) đi qua $A(2; -1) \Rightarrow (2-a)^2 + (-1-a)^2 = a^2 \Leftrightarrow a^2 - 2a + 5 = 0$ phương trình vô nghiệm.</p> <p>Vậy có hai đường tròn thỏa mãn bài ra là: $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$ và $(x-5)^2 + (y+5)^2 = 25$</p>	0,25đ
		0,25đ
		0,25đ
Câu Vb.2 (1đ)	<p>Ta có $\vec{u}_d = (2; 1; 3)$ và $\vec{n}_p = (1; -1; -1) \Rightarrow \begin{bmatrix} \vec{u}_d \\ \vec{n}_p \end{bmatrix} = (2; 5; -3)$</p> <p>Vì đường thẳng Δ song song với đường thẳng d và Δ vuông góc với (P) nên đường thẳng Δ nhận $\vec{u} = (2; 5; -3)$ làm vectơ chỉ phương.</p> <p>Vậy đường thẳng Δ có phương trình: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$</p>	0,5đ
		0,25đ
		0,25đ
Câu VIb. (1đ)	<p>Ta có $y' = \frac{mx^2 + 2m^2x - 3m^3}{(x+m)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow mx^2 + 2m^2x - 3m^3 = 0$</p> <p>Để đồ thị hàm số có cực trị \Leftrightarrow phương trình $mx^2 + 2m^2x - 3m^3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 4m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 0$</p> <p>Khi đó $\begin{cases} x_1 = m \\ x_2 = -3m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 3m^2 + 1 \\ y_2 = -5m^2 + 1 \end{cases}$</p> <p>Toạ độ các điểm cực trị lần lượt là: $A(m; 3m^2 + 1)$ và $B(-3m; -5m^2 + 1)$</p> <p>Vì $y_1 > 0$ nên để một cực trị của (C_m) thuộc góc phần tư thứ I, một cực trị của (C_m) thuộc góc phần tư thứ III của hệ toạ độ $0xy$ thì $\begin{cases} m > 0 \\ -3m < 0 \\ -5m^2 + 1 < 0 \end{cases}$</p>	0,25đ
		0,25đ
		0,25đ

	$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m > \frac{1}{\sqrt{5}} \\ m < -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ Vậy } m > \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ là giá trị cần tìm.}$	
--	---	--

Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà đúng thì được đủ điểm từng phần như đáp án quy định.

.....Hết.....

TRƯỜNG THPT BẮC YÊN THÀNH

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN I. NĂM 2009
Môn: Toán - Khối A. Thời gian làm bài: 180 phút

A. Phần dành chung cho tất cả các thí sinh:

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - (m + 1)x + 5 - m^2$.

- 1) Khảo sát hàm số khi $m = 2$;
- 2) Tìm m để đồ thị hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu, đồng thời các điểm cực đại, cực tiểu và điểm I(0 ; 4) thẳng hàng.

Câu 2. 1) Giải phương trình: $\tan x = \sqrt{2} \cos x \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x\sqrt{y+1} + y\sqrt{x+1} = 25 \\ x + y = 11 \end{cases}$$

Câu 3. 1) Tính tích phân: $I = \int_0^2 \frac{\sqrt{2} + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{2x}} dx$.

2) Cho x, y, z là các số không âm thay đổi thoả mãn điều kiện $x + y + z = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = xy + yz + zx - 27xyz$.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $AA' = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{BAD} = \widehat{BAA'} = \widehat{DAA'} = 60^\circ$. Tính thể tích hình hộp theo a .

B. Phần dành riêng cho từng ban:

Câu 5a. (Dành cho thí sinh thi theo chương trình chuẩn)

1) Giải phương trình: $\log_2 \log_3(\sqrt{x^2 + 1} + x) = \log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{3}}(\sqrt{x^2 + 1} - x)$.

2) Trong không gian Oxyz cho 2 điểm $A(-1 ; 2; 2)$, $B(3 ; 2; 0)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x - 2y - z + 1 = 0$.

- a) Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua 2 điểm A, B và vuông góc với (α) ;
- b) Gọi d là giao tuyến của (α) và (β) . Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc d và đi qua 2 điểm A, B.

Câu 5b. (Dành cho thí sinh thi theo chương trình nâng cao)

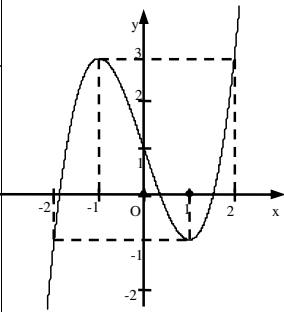
1) Giải phương trình: $\log_2(4^x + 1) = \log_2(2^{2x+3} - 6) + x$

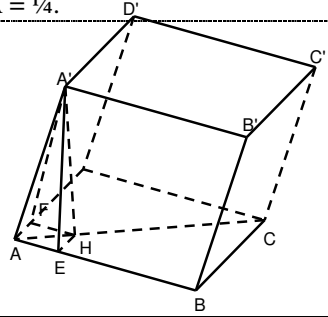
2) Trong không gian Oxyz cho hình chóp S.OACB có $S(0; 0; 2)$, đáy OACB là hình vuông và $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$. Gọi A', B', C' lần lượt là hình chiếu của O trên SA, SB, SC.

- a) Viết phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm A', B', C' ;
- b) Chứng minh các điểm O, A, B, C, A', B', C' cùng thuộc một mặt cầu. Viết phương trình mặt cầu đó.

.....**Hết**.....

A. Phần dành chung cho tất cả các thí sinh:

Câu	ý	Nội dung	Điểm																					
1(2đ)	1(1đ)	<p>Khảo sát hàm số khi $m = 2$</p> <p>Khi $m = 2$, hàm số trở thành: $y = x^3 - 3x + 1$</p> <p>1) TXĐ: \mathbf{R}</p> <p>2) SBT</p> <p>•Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$</p> <p>•BBT:</p> <p>Có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td></td> <td>$\nearrow 3$</td> <td>$\searrow -1$</td> <td></td> <td>$\nearrow +\infty$</td> <td></td> </tr> </table> <p>Hàm số ĐB trên $(-\infty ; -1)$ và $(1 ; +\infty)$, nghịch biến trên $(-1 ; 1)$.</p>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'		+	0	-	0	+		y			$\nearrow 3$	$\searrow -1$		$\nearrow +\infty$		0,25
	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$																			
	y'		+	0	-	0	+																	
	y			$\nearrow 3$	$\searrow -1$		$\nearrow +\infty$																	
			<p>Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$, $y_{CD} = y(-1) = 3$; Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$, $y_{CT} = y(1) = -1$.</p>	0,25																				
		<p>3) Đồ thị: Giao với Oy: $(0 ; 1)$ Đi qua: $(2 ; 3)$, $(-2 ; -1)$ Tâm đối xứng: $(0 ; 1)$</p> 	0,25																					
		<p>2(1đ) Tìm m ...</p> <p>Có $y' = 3x^2 - (m + 1)$. Hàm số có CĐ, CT $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 3(m + 1) > 0 \Leftrightarrow m > -1$ (*)</p> <p>$y'' = 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow$ Đồ thị có tâm đối xứng là $U(0 ; 5 - m^2)$ \Rightarrow CĐ, CT của đồ thị và U thẳng hàng. Từ giả thiết suy ra I trùng U $\Leftrightarrow 5 - m^2 = 4 \Leftrightarrow m = 1$ (do (*))</p>	0,25																					
2(2đ)	1(1đ)	<p>Giải phương trình ...</p> <p>ĐK: $x \neq l\pi$ ($l \in \mathbb{Z}$)</p> <p>PT $\Leftrightarrow \tan x = \cos x(\sin x + \cos x) \Leftrightarrow \sin x = \cos^2 x(\sin x + \cos x)$ $\Leftrightarrow \sin x(\sin^2 x + \cos^2 x) = \cos^2 x(\sin x + \cos x)$ $\Leftrightarrow \sin^3 x = \cos^3 x \Leftrightarrow \sin x = \cos x \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) (Thoả mãn)</p>	0,25																					
		<p>PT $\Leftrightarrow \tan x = \cos x(\sin x + \cos x) \Leftrightarrow \sin x = \cos^2 x(\sin x + \cos x)$</p>	0,25																					
		<p>$\Leftrightarrow \sin x(\sin^2 x + \cos^2 x) = \cos^2 x(\sin x + \cos x)$</p>	0,25																					
		<p>$\Leftrightarrow \sin^3 x = \cos^3 x \Leftrightarrow \sin x = \cos x \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) (Thoả mãn)</p>	0,25																					
	2(1đ)	<p>Giải hệ PT ...</p> <p>Đặt $\sqrt{x+1} = u \geq 0$; $\sqrt{y+1} = v \geq 0$</p> <p>Ta có hệ mới: $\begin{cases} (v^2 - 1)u + (u^2 - 1)v = 25 \\ u^2 - 1 + v^2 - 1 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (uv - 1)(u + v) = 25 \\ (u + v)^2 - 2uv = 13 \end{cases}$</p> <p>Đặt $u + v = S$, $uv = P$, ta có: $\begin{cases} S(P - 1) = 25 \\ S^2 - 2P = 13 \end{cases} \Rightarrow S \left(\frac{S^2 - 13}{2} - 1 \right) = 25 \Leftrightarrow S^3 - 15S - 50 = 0$ $\Leftrightarrow (S - 5)(S^2 + 5S + 10) = 0 \Leftrightarrow S = 5 \Rightarrow P = 6$</p> <p>Từ đó tìm được: $u = 2, v = 3$ hoặc $u = 3, v = 2$</p> <p>Suy ra nghiệm hệ đã cho là: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 8 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 8 \\ y = 3 \end{cases}$</p>	0,25																					
	<p>Đặt $u + v = S$, $uv = P$, ta có: $\begin{cases} S(P - 1) = 25 \\ S^2 - 2P = 13 \end{cases} \Rightarrow S \left(\frac{S^2 - 13}{2} - 1 \right) = 25 \Leftrightarrow S^3 - 15S - 50 = 0$ $\Leftrightarrow (S - 5)(S^2 + 5S + 10) = 0 \Leftrightarrow S = 5 \Rightarrow P = 6$</p>	0,25																						
	<p>Từ đó tìm được: $u = 2, v = 3$ hoặc $u = 3, v = 2$</p>	0,25																						
	<p>Suy ra nghiệm hệ đã cho là: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 8 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 8 \\ y = 3 \end{cases}$</p>	0,25																						
3 (2đ)	1(1đ)	<p>Tính tích phân ...</p> <p>Đặt $1 + \sqrt{2x} = u \Rightarrow dx = (u - 1)du$; $u(0) = 1, u(2) = 3$</p>	0,25																					

		$\Rightarrow I = \int_1^3 \frac{\sqrt{2} + \frac{u-1}{\sqrt{2}}}{u} (u-1) du = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_1^3 \frac{(u+1)(u-1)}{u} du$	0,25	
		$= \frac{1}{\sqrt{2}} \int_1^3 \left(u - \frac{1}{u} \right) du = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{u^2}{2} - \ln u \right) \Big _1^3 = \frac{1}{\sqrt{2}} (4 - \ln 3)$	0,5	
2(1đ)	Tìm giá nhỏ nhất và giá trị lớn nhất...			
		+) Với $x, y, z > 0$ ta có $(x+y+z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 9 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq 9$ $\Rightarrow xy + yz + zx \geq 9xyz$. BĐT này cũng đúng khi $xyz = 0$ Do đó: $\forall x, y, z \geq 0$, thì $A \geq -18xyz$.	0,25	
		Mặt khác, vì $x + y + z = 1$ nên $xyz \leq \frac{1}{27}$ Từ đó suy ra: $A \geq -\frac{18}{27} = -\frac{2}{3}$. Hơn nữa $x = y = z = 1/3$ thì $A = -2/3$. Vậy $\min A = -2/3$.	0,25	
		+) Ta có: $x^2 \geq x^2 - (y-z)^2 = (x+y-z)(x-y+z) = (1-2y)(1-2z)$ (1) Tương tự: $y^2 \geq (1-2z)(1-2x)$ (2); $z^2 \geq (1-2x)(1-2y)$ (3) Từ (1), (2), (3) suy ra $xyz \leq (1-2x)(1-2y)(1-2z)$ $\Leftrightarrow xyz \geq 1 - 2(x+y+z) + 4(xy+yz+zx) - 8xyz$ $\Leftrightarrow 4(xy+yz+zx) \leq 1 + 9xyz \Leftrightarrow xy + yz + zx \leq \frac{1+9xyz}{4}$ $\Rightarrow A \leq \frac{1}{4} - \frac{9xyz}{4} \leq \frac{1}{4}$ Mặt khác $x = 0, y = z = 1/2$ thì $A = 1/4$. Vậy $\max A = 1/4$.	0,25	
4(1đ)	Tính thể tích hình hộp			
		Hạ đường cao $A'H$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AD. Theo định lý 3 đường vuông góc suy ra $A'E \perp AB$, $A'F \perp AD$. Δ vuông $A'AE$ bằng Δ vuông $A'AF$ ($A'A$ chung và góc $A'AE$ bằng góc $A'AF$) $\Rightarrow HE = HF \Rightarrow H$ thuộc đường phân giác góc $BAD \Rightarrow H \in AC$.		0,25
		Từ $\Delta A'AE \Rightarrow AE = \frac{a\sqrt{3}}{6}, A'E = \frac{a}{2}$		
		Từ $\Delta AHE \Rightarrow HE = AE \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{6} \Rightarrow A'H = \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{36}} = \frac{a\sqrt{2}}{3}$	0,25	
		Diện tích ABCD là $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Suy ra thể tích hộp: $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.	0,25	

B. Phần dành riêng cho từng bạn:

Câu	ý	Nội dung	Điểm
5a(3đ)	1(1đ)	Giải PT...	
		Đặt $\log_3(\sqrt{x^2+1}+x) = t \Rightarrow \log_{\frac{1}{3}}(\sqrt{x^2+1}-x) = t$	0,25
		Ta có PT: $\log_2 t = \log_{\frac{1}{2}} t \Leftrightarrow \log_2 t = -\log_2 t \Leftrightarrow \log_2 t = 0 \Leftrightarrow t = 1$	0,25
		Vậy: $\log_3(\sqrt{x^2+1}+x) = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1}+x = 3$	0,25
		$\sqrt{x^2+1} = 3-x \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x^2+1 = (3-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$.	0,25
	2(2đ)	a) Viết phương trình mp(β)...	
		mp(α) có 1 vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (2; -2; -1)$; $\vec{AB} = (4; 0; -2)$	0,25

		$\Rightarrow mp(\beta)$ có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_\beta = \vec{n}_\alpha \wedge \vec{AB} = (4; 0; 8)$ \Rightarrow phương trình $mp(\beta)$: $x + 2z - 3 = 0$ <i>b) Viết phương trình mặt cầu ...</i>	0,75
		Gọi (γ) là mp trung trực của AB thì (γ) đi qua trung điểm $M(1; 2; 1)$ của AB và có 1 vectơ pháp tuyến $\vec{AB} = (4; 0; -2)$ \Rightarrow PT $mp(\gamma)$: $2x - z - 1 = 0$.	0,25
		Gọi I là tâm mặt cầu thì I là giao điểm của 3 mặt phẳng (α) , (β) , (γ) \Rightarrow tọa độ I là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x - 2y - z + 1 = 0 \\ x + 2z - 3 = 0 \\ 2x - z - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow I(1; 1; 1).$	0,5
		Bán kính mặt cầu $R = IA = \sqrt{6} \Rightarrow$ PT mặt cầu: $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 6$	0,25
5b(3d)	1(1d)	<i>Giải phương trình ...</i>	
		PT $\Leftrightarrow \log_2(4^x + 1) = \log_2 2^x(2^{2x+3} - 6) \Leftrightarrow 4^x + 1 = 2^x(2^{2x+3} - 6)$	0,25
		Đặt $2^x = t > 0$, ta có PT: $t^2 + 1 = t(8t^2 - 6) = 0$ $\Leftrightarrow 8t^3 - t^2 - 6t - 1 = 0 \Leftrightarrow (t - 1)(8t^2 + 7t + 1) = 0 \Leftrightarrow t = 1$	0,5
		Vậy $2^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$	0,25
	2(2d)	<i>a) Viết phương trình mặt phẳng ...</i>	
		Có $AC \perp OA$, $AC \perp SO \Rightarrow AC \perp (SOA) \Rightarrow AC \perp OA'$, lại do $OA' \perp SA$ nên $OA' \perp (SAC) \Rightarrow OA' \perp SC$. Tương tự $OB' \perp SC$. Vậy OA' , OB' , OC' cùng vuông góc với $SC \Rightarrow$ chúng thuộc mặt phẳng qua O và vuông góc với $SC \Rightarrow A'$, B' , C' thuộc mặt phẳng đi qua O và vuông góc với SC .	0,5
		Vì OABC là hình vuông nên $C(1; 1; 0) \Rightarrow \vec{SC} = (1; 1; -2)$. \Rightarrow PT mặt phẳng cần tìm: $x + y - 2z = 0$	0,5
		<i>b) Chứng minh ... Viết PT mặt cầu ...</i>	
		Vì $OA' \perp (SAC)$ nên $OA' \perp A'C$. Tương tự: $OB' \perp B'C$ Như vậy: các điểm A, B, A', B', C' nhìn đoạn AC dưới một góc vuông \Rightarrow O, A, B, C, A', B', C' thuộc mặt cầu (S) đường kính OC.	0,5
		Tâm I của mặt cầu (S) là trung điểm OC $\Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$ Bán kính của (S): $R = \frac{1}{2}OC = \frac{\sqrt{2}}{2}$ Vậy phương trình mặt cầu (S): $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + z^2 = \frac{1}{2}$.	0,5

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (2 điểm):

Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m^2x + m$ (m là tham số) (1)

- 1). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 0$.
- 2). Tìm m để đồ thị hàm số (1) có cực đại và cực tiểu đồng thời hai điểm đó đối xứng nhau qua đường thẳng (d): $x - 2y - 5 = 0$.

Câu II (2 điểm):

1). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2y + xy^2 = 6 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}.$$

2). Giải phương trình: $\sin^2 x(1 + \tan x) = 3 \sin x(\cos x - \sin x) + 3$.

Câu III (1 điểm):

Tính tích phân:
$$I = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx$$

Câu IV (1 điểm):

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$, $AA' = a$. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AM = 3MD$. Tính thể tích khối chóp $M.AB'C$ và khoảng cách từ M đến $mp(AB'C)$.

Câu V (1 điểm):

Cho x, y, z là các số thực thoả mãn các điều kiện sau: $x + y + z = 0$; $x + 1 > 0$;

$y + 1 > 0$; $z + 1 > 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $Q = \frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+1}$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc 2)

1. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (2 điểm)

1. Cho đường tròn $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$ và điểm $M(-2; 2)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M cắt đường tròn tại 2 điểm A, B sao cho M là trung điểm của đoạn AB .

2. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(6; -2; 3)$, $B(0; 1; 6)$, $C(2; 0; -1)$, $D(4; 1; 0)$.

Chứng minh bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Tính chiều cao DH của tứ diện $ABCD$.

Câu VII.a (1 điểm)

Giải phương trình $3^x \cdot 2x = 3^x + 2x + 1$.

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (2 điểm):

Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m^2x + m$ (m là tham số) (1)

1). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 0$.

2). Tìm m để đồ thị hàm số (1) có cực đại và cực tiểu đồng thời hai điểm đó đối xứng nhau qua đường thẳng (d): $x - 2y - 5 = 0$.

Câu II (2 điểm):

1). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2y + xy^2 = 6 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$
.

2). Giải phương trình: $\sin^2 x(1 + \tan x) = 3 \sin x(\cos x - \sin x) + 3$.

Câu III (1 điểm):

Tính tích phân: $I = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx$

Câu IV (1 điểm):

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$, $AA' = a$. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AM = 3MD$. Tính thể tích khối chóp $M.AB'C$ và khoảng cách từ M đến $mp(AB'C)$.

Câu V (1 điểm):

Cho x, y, z là ba số thực thoả mãn các điều kiện sau: $x + y + z = 0$; $x + 1 > 0$; $y + 1 > 0$; $z + 1 > 0$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $Q = \frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+1}$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc 2)

1. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$ và điểm $M(-2; 2)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M cắt đường tròn tại 2 điểm A, B sao cho M là trung điểm của đoạn AB .

2. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(6; -2; 3)$, $B(0; 1; 6)$, $C(2; 0; -1)$, $D(4; 1; 0)$.

Chứng minh bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Tính chiều cao DH của tứ diện $ABCD$.

Câu VII.a (1 điểm)

Giải phương trình $3^x \cdot 2x = 3^x + 2x + 1$.

2. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b (2 điểm)

1. Cho đường thẳng (d): $x - 2y - 2 = 0$ và hai điểm $A(0; 1), B(3; 4)$. Hãy tìm tọa độ điểm M trên (d) sao cho $2MA^2 + MB^2$ có giá trị nhỏ nhất.

2. Cho hai mặt phẳng (P): $2x - y - 2z + 3 = 0$ và (Q): $2x - 6y + 3z - 4 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{2}$ đồng thời tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q).

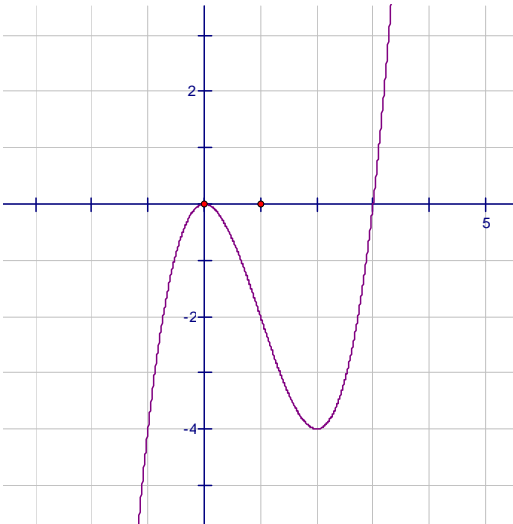
Câu VII.b (1 điểm)

Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển biểu thức $\left(\frac{1}{x} - x^2 + x^3\right)^n$, biết n là số tự nhiên thoả mãn hệ thức

$$C_{n-4}^{n-6} + nA_n^2 = 454$$

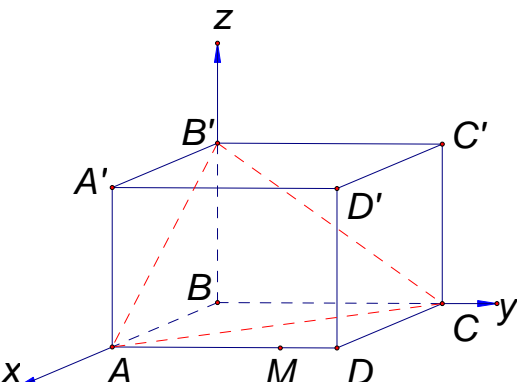
--- HẾT ---

ĐÁP ÁN – BIỂU ĐIỂM

Câu	Ý	Nội dung lời giải vắn tắt	Điểm															
I			2															
	1		1															
		<ul style="list-style-type: none"> Với $m = 0$ ta có hàm số: $y = x^3 - 3x^2$ Tập xác định: \mathbb{R} $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$ $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2$ 	0.25															
		<ul style="list-style-type: none"> Giới hạn : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x^2) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x^2) = -\infty$ 																
		<ul style="list-style-type: none"> Bảng biến thiên <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>-4</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'		$+$	0	$-$	y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	0.5
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$														
y'		$+$	0	$-$														
y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$														
		<ul style="list-style-type: none"> Đồ thị: - Giao với trục Ox tại: $O(0;0), A(3;0)$ 	0.25															
	2	Cách 1: $y' = 3x^2 - 6x + m^2$, $\Delta' = 9 - 3m^2$	1															
		<ul style="list-style-type: none"> Điều kiện cần và đủ để hàm số có cực đại và cực tiểu là $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - 3m^2 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{3} < m < \sqrt{3}$ 	0.25															
		<ul style="list-style-type: none"> Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình (d'): $y = \left(\frac{2m^2}{3} - 2\right)x + \frac{m^2}{3} + m$. <div style="border-left: 2px solid black; padding-left: 10px;"> <p>Để tìm (d') ta chia y cho y' và viết y về dạng:</p> $y(x) = y'(x).q(x) + r(x)$ <p>Gọi x_1, x_2 là hoành độ các cực trị ta có: $y'(x_1) = y'(x_2) = 0$.</p> <p>Nên tung độ các cực trị thỏa:</p> $y_1 = y(x_1) = y'(x_1).q(x_1) + r(x_1) \Leftrightarrow y_1 = r(x_1);$ $y_2 = y(x_2) = y'(x_2).q(x_2) + r(x_2) \Leftrightarrow y_2 = r(x_2).$ <p>Tức là tọa độ các điểm cực trị thỏa mãn p/trình $y = r(x)$, đó chính là p/trình đ/thẳng đi qua 2 cực trị (Vì $r(x)$ là biểu thức bậc nhất theo x)</p> </div>	0.25															

	<p>• <u>Điều kiện cần</u> để hai điểm cực đại, cực tiểu đối xứng nhau qua</p> $(d): y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2} \text{ là } \boxed{(d) \perp (d')} \Leftrightarrow \left(\frac{2m^2}{3} - 2\right) \cdot \frac{1}{2} = -1 \Leftrightarrow m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$	0.25
	<p>• <u>Điều kiện đủ</u> (thử lại xem (d) có đi qua trung điểm của hai điểm cực trị hay không):</p> <p>Với $m = 0$ ta có hàm số: $y = x^3 - 3x^2$ có điểm cực đại là $O(0;0)$, điểm cực tiểu $B(2;-4)$.</p> <p>Trung điểm của OB là $I(1;-2)$ thuộc (d).</p> <p>• Vậy O và B đối xứng nhau qua (d). Do đó giá trị của m thỏa mãn ycbt là $m = 0$.</p>	0.25
	<p>Cách 2: Gọi $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$ lần lượt là tọa độ các điểm cực trị.</p> <p>Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình</p> $(d'): y = \left(\frac{2m^2}{3} - 2\right)x + \frac{m^2}{3} + m.$ <p>Nên ta có $y_1 = \left(\frac{2m^2}{3} - 2\right)x_1 + \frac{m^2}{3} + m; y_2 = \left(\frac{2m^2}{3} - 2\right)x_2 + \frac{m^2}{3} + m.$</p> <p>Suy ra $\frac{y_1 + y_2}{2} = \left(\frac{2m^2}{3} - 2\right)\frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{m^2}{3} + m.$</p> <p>Vì x_1, x_2 là hai nghiệm của p/trình $y' = 3x^2 - 6x + m^2 = 0$ nên theo đ/lý</p> <p>Viet ta có $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-6}{3} = 2.$</p> <p>Tọa độ trung điểm của hai điểm cực trị</p> $I \begin{cases} x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ y = \frac{y_1 + y_2}{2} = \left(\frac{2m^2}{3} - 2\right)\frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{m^2}{3} + m = \left(\frac{2m^2}{3} - 2\right) \cdot 1 + \frac{m^2}{3} + m \end{cases}$ $I \begin{cases} x = 1 \\ y = m^2 + m - 2 \end{cases}$	
	<p>• <u>Điều kiện cần</u> để hai điểm cực đại, cực tiểu đối xứng nhau qua</p> $(d): x - 2y - 5 = 0 \text{ là } I \in (d) \Leftrightarrow 1 - 2(m^2 + m - 2) - 5 = 0$ $\Leftrightarrow m^2 + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \end{cases}$	
	<p>• <u>Điều kiện đủ</u> (thử lại xem đ/thẳng nối 2 cực trị có vuông góc với (d')):</p> <p>- Với $m = 0$: thỏa mãn (theo cách 1)</p> <p>- Với $m = -1$ ta có hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x - 1$</p> <p>Hàm số có hai cực trị và đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số có p/trình $y = \left(\frac{2m^2}{3} - 2\right)x + \frac{m^2}{3} + m = -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$. Đ/thẳng này có hệ số</p>	

		<p>góc $k' = -\frac{4}{3}$; đ/ thẳng $(d): y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ có hệ số góc $k = \frac{1}{2}$.</p> <p>Ta có $k'.k = -\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{2}{3} \neq -1$ nên đường thẳng nối hai cực trị không vuông góc với (d). Do đó hai điểm cực trị không đối xứng nhau qua (d).</p> <p>Vậy trường hợp $m = -1$ không thỏa mãn ycbt.</p>	
		<ul style="list-style-type: none"> • Tóm lại: $m = 0$ 	
		<ul style="list-style-type: none"> • Cách 3: Dùng điểm uốn (tâm đ/xúng của đồ thị) và còn có thể giải theo các cách khác. 	
II			2
	1		1
		$\begin{cases} x^2y + xy^2 = 6 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy(x+y) = 6 \\ (x+y)^2 - 2xy = 5 \end{cases}$	
		<ul style="list-style-type: none"> • Đặt $S = x + y; P = xy$. Hệ trở thành $\begin{cases} P.S = 6 & (1) \\ S^2 - 2P = 5 & (2) \end{cases}$ <p>Từ (2) suy ra $P = \frac{S^2 - 5}{2}$ thay vào (1) được:</p> $\frac{S^2 - 5}{2} \cdot S = 6 \Leftrightarrow S^3 - 5S - 12 = 0 \Leftrightarrow S = 3. \text{ Suy ra } P = 2$	0.5
		<ul style="list-style-type: none"> • Vậy ta có hệ $\begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 2 \end{cases}$. Hệ này có hai nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ 	0.5
	2		1
		<ul style="list-style-type: none"> • Điều kiện: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ <p>Pt đã cho $\Leftrightarrow \sin^2 x \left(\frac{\sin x + \cos x}{\cos x} \right) = 3 \sin x \cos x - 3 \sin^2 x + 3$</p> $\Leftrightarrow \sin^2 x \left(\frac{\sin x + \cos x}{\cos x} \right) = 3 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x$ $\Leftrightarrow \sin^2 x (\sin x + \cos x) = 3 \cos^2 x (\sin x + \cos x)$ $\Leftrightarrow (\sin x + \cos x) (\sin^2 x - 3 \cos^2 x) = 0$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \cos x = 0 \\ \sin^2 x - 3 \cos^2 x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -\cos x \\ \sin x = \pm \sqrt{3} \cos x \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = -1 \\ \tan x = \pm \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + l\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + n\pi \end{cases}, (l, n \in \mathbb{Z})$	0.5
		<ul style="list-style-type: none"> • Các nghiệm này thỏa mãn điều kiện (*). <p>Vậy P/trình đã cho có các nghiệm:</p> $x = -\frac{\pi}{4} + l\pi; x = \pm \frac{\pi}{3} + n\pi \quad (l, n \in \mathbb{Z})$	0.25
		<ul style="list-style-type: none"> • Học sinh có thể giải theo cách khác. (biến đổi theo $\sin x, \cos x$ rồi quy đồng đưa về dạng $a.\sin^3 x + b.\sin^2 x.\cos x + c.\sin x.\cos^2 x + d.\cos^3 x = 0$.) 	

	Sau đó đưa về dạng tích như cách 1)	
III		1
	$\sqrt{1 + \sin 2x} = \sqrt{(\sin x + \cos x)^2} = \sin x + \cos x $ <p>Trên đoạn $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$ ta có $\sin x > 0; \cos x > 0$.</p> <p>Do đó $\sqrt{1 + \sin 2x} = \sin x + \cos x = \sin x + \cos x$</p> <p>Nên $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx = - \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(\sin x + \cos x)}{\sin x + \cos x} dx$</p>	0.5
	<ul style="list-style-type: none"> $I = -\ln(\sin x + \cos x) \Big _{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = -\ln(1) + \ln(\sqrt{2}) = \ln\sqrt{2} = \frac{1}{2} \ln 2$ 	0.5
	<ul style="list-style-type: none"> Cách khác: Học sinh có thể đặt ẩn phụ $t = \sin x + \cos x$ để biến đổi $I = \int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^1 \frac{-1}{t} dt = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{dt}{t} = \ln(t) \Big _1^{\sqrt{2}} = \ln(\sqrt{2})$	
IV		1
	<p>Cách 1: Phương pháp tọa độ</p> <p>Đặt hình hộp vào hệ tọa độ Oxyz sao cho $B \equiv O(0;0;0), A \in Ox, C \in Oy, B' \in Oz$. Khi đó ta có tọa độ các đỉnh hình hộp:</p> <p>$A(a;0;0)$ $C(0;2a;0)$ $B'(0;0;a)$ $D(a;2a;0)$ $A'(a;0;a)$ $C'(0;2a;a)$ $D'(a;2a;a)$</p>  <p>Vì M thuộc cạnh AD và $AM = 3MD$ nên ta có $\overline{AM} = 3\overline{MD}$</p> $\Leftrightarrow \overline{OM} = \frac{3}{4}\overline{OD} + \frac{1}{4}\overline{OA}$ <p>Suy ra tọa độ của M là</p> $\begin{cases} x = \frac{3}{4}.a + \frac{1}{4}.a = a \\ y = \frac{3}{4}.2a + \frac{1}{4}.0 = \frac{3a}{2} \\ z = \frac{3}{4}.0 + \frac{1}{4}.0 = 0 \end{cases}$ <p>Vậy $M\left(a; \frac{3a}{2}; 0\right)$</p>	0.25
	<p>P/trình mặt phẳng $(AB'C)$ viết theo đoạn chắn:</p> $\frac{x}{a} + \frac{y}{2a} + \frac{z}{a} = 1 \Leftrightarrow 2x + y + 2z - 2a = 0$	0.25

		Chúc các em thành công !.	
V			1
		<p>Với 3 số dương a, b, c ta có:</p> $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2, \frac{b}{c} + \frac{c}{b} \geq 2, \frac{a}{c} + \frac{c}{a} \geq 2$ <p>Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$.</p> <p>Cộng 3 bất đẳng thức trên theo vế ta được</p> $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + \frac{b}{c} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} + \frac{c}{a} \geq 6$ $\Leftrightarrow \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{b} + 1\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{a}{c} + 1\right) + \left(\frac{b}{a} + \frac{c}{a} + 1\right) \geq 9$ $\Leftrightarrow \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c} + \frac{a+b+c}{a} \geq 9$ $\Leftrightarrow (a+b+c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$ $\Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c} \quad (*)$ <p>Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$.</p>	0.25
		<p>• $Q = \frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+1} = 3 - \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1}\right)$</p> <p>Áp dụng kết quả (*) cho ba số dương $a = x+1; b = y+1; c = z+1$ ta có</p> $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1} \geq \frac{9}{x+1+y+1+z+1} = \frac{9}{x+y+z+3} = \frac{9}{0+3} = 3$ <p>Do đó $Q = 3 - \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1}\right) \leq 3 - 3 = 0$.</p> $Q = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = y+1 = z+1 \\ x+y+z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 0$	0.5
		• Vậy $\min\{Q\} = 0$ đạt được khi $x = y = z = 0$.	0.25
VI.a			2
	1		1
		<p>P/tr đ/tròn viết dạng chính tắc $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$. Suy ra đ/tròn có tâm $I(-1;3)$, bán kính $R = \sqrt{4} = 2$.</p>	0.25
		• Ta có $IM = \sqrt{(-2+1)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{2} < R$ do đó điểm $M(-2;2)$ nằm trong đ/tròn.	
		<p>• M là trung điểm của dây cung AB khi và chỉ khi $IM \perp AB$. Nghĩa là đường thẳng đi qua M cắt đường tròn tại 2 điểm A, B sao cho M là trung điểm của đoạn AB sẽ nhận vecto $\vec{IM} = (-1;1)$ làm vecto pháp tuyến. PTTQ của đ/thẳng: $-1(x+2) + 1(y-2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 4 = 0$.</p>	0.75
	2		1
		<p>Hai vecto không cùng phương trên mp(ABC): $\vec{AB} = (-6;3;3), \vec{AC} = (-4;2;-4)$</p> <p>Vecto pháp tuyến của mpABC): $\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC} = (-18;-36;0)$</p>	0.25

	<p>Suy ra $\vec{n}' = -\frac{1}{18}\vec{n} = (1; 2; 0)$ là vtpt của mp(ABC).</p> <p>PTTQ của mp(ABC): $1(x-6) + 2(y+2) + 0(z-3) = 0$ $\Leftrightarrow x + 2y - 2 = 0$</p>	
	<p>Thay tọa độ điểm $D(4, 1, 0)$ vào vế trái P/trình mp(ABC) ta được $4 + 2.1 - 2 = 4 \neq 0$. Chứng tỏ $D \notin (ABC)$</p> <p>Vậy 4 điểm A, B, C, D không đồng phẳng.</p>	0.25
	<p>Đường cao DH bằng khoảng cách từ đỉnh D đến mp(ABC)</p> $DH = \frac{ 4 + 2.1 - 2 }{\sqrt{1^2 + 2^2 + 0^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$	0.5
VII.a		1
	<p>Ta có $3^x \cdot 2x = 3^x + 2x + 1 \Leftrightarrow (2x-1) \cdot 3^x = 2x+1$ (1)</p>	
	<ul style="list-style-type: none"> Với $x = \frac{1}{2}$, thay vào (1) ta được $0 \cdot \sqrt{3} = 2$. Không được thỏa mãn. Nên $x = \frac{1}{2}$ không nghiệm đúng (1) Với $x \neq \frac{1}{2}$ ta có (1) $\Leftrightarrow 3^x = \frac{2x+1}{2x-1}$ (2) <p>Xét hàm số $y = f(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$, ta có $y' = \frac{-4}{(2x-1)^2} < 0$ nên hàm số liên tục và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; \frac{1}{2})$, $(\frac{1}{2}; +\infty)$.</p> <p>Còn hàm số $y = g(x) = 3^x$ liên tục và đồng biến trên \mathbb{R}.</p>	0.25
	<ul style="list-style-type: none"> Ta có $f(1) = g(1) = 3$ nên $x = 1$ là một nghiệm của (2). Và $f(-1) = g(-1) = \frac{1}{3}$ nên $x = -1$ là một nghiệm của (2). 	0.25
	<ul style="list-style-type: none"> Với mọi $x > 1$ ta có $g(x) > g(1) \Leftrightarrow 3^x > 3$ và $f(x) < f(1) \Leftrightarrow \frac{2x+1}{2x-1} < 3$ nên (2) không có nghiệm trên khoảng $(1; +\infty)$. Với mọi $\frac{1}{2} < x < 1$ ta có $g(x) < g(1) \Leftrightarrow 3^x < 3$ và $f(x) > f(1) \Leftrightarrow \frac{2x+1}{2x-1} > 3$ nên (2) không có nghiệm trên khoảng $(\frac{1}{2}; 1)$. Tương tự, trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(-1; \frac{1}{2})$ phương trình (2) vô nghiệm. 	0.25
	<ul style="list-style-type: none"> Tóm lại (1) có hai nghiệm $x = \pm 1$. 	0.25